

Signatures expérimentales des interactions électroniques dans le transport mésoscopique

Introduction : ordres de grandeur, rappels transport cohérent

Interactions et cohérence de phase

Désordre, dimensionnalité, environnement électromagnétique, géométrie
Comment déterminer le temps de cohérence de phase dans un système fini

Interactions et propriétés thermodynamiques

Correction à la densité d'états d'un système diffusif ; rôle de la dimensionalité
Système localisé : gap de Coulomb
Magnétisme orbital

Transport hors d'équilibre

Rectification mésoscopique et interactions

Que se passe t'il à la limite 1D ?

Instabilité du liquide de Fermi,

Exemple fils quantiques et nanotubes de carbone

Peut on parler de comportement liquide de Luttinger dans les conducteurs 1D

Blocage de Coulomb dynamique et environnement électromagnétique

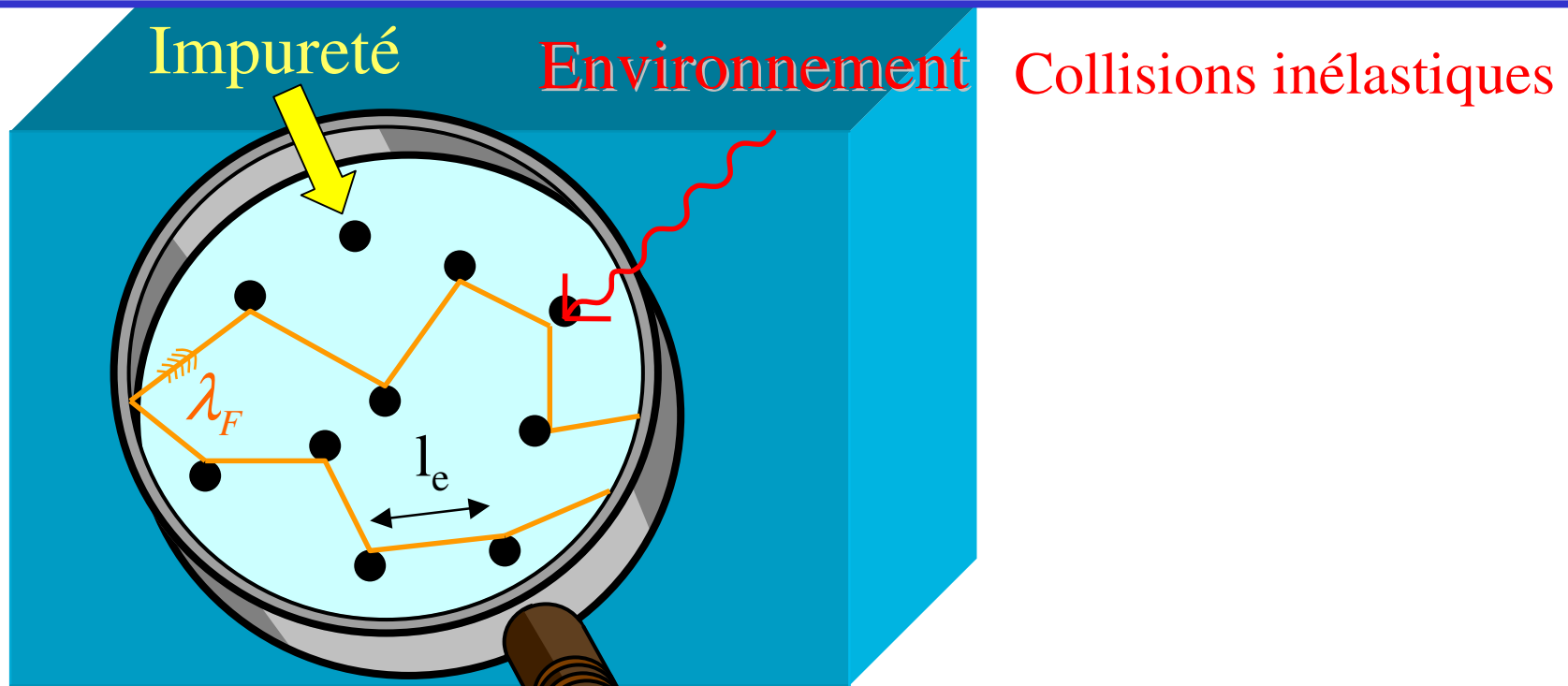
Interactions dans les boîtes quantiques

Du blocage de Coulomb à l'effet Kondo

Contacts supraconducteurs : compétition entre effet Kondo et effet Josephson

Rappels : Interférences quantiques conductance et désordre

Diffusion des électrons dans un métal désordonné



Les collisions élastiques
ne détruisent pas les interférences !

Echelle de cohérence de phase

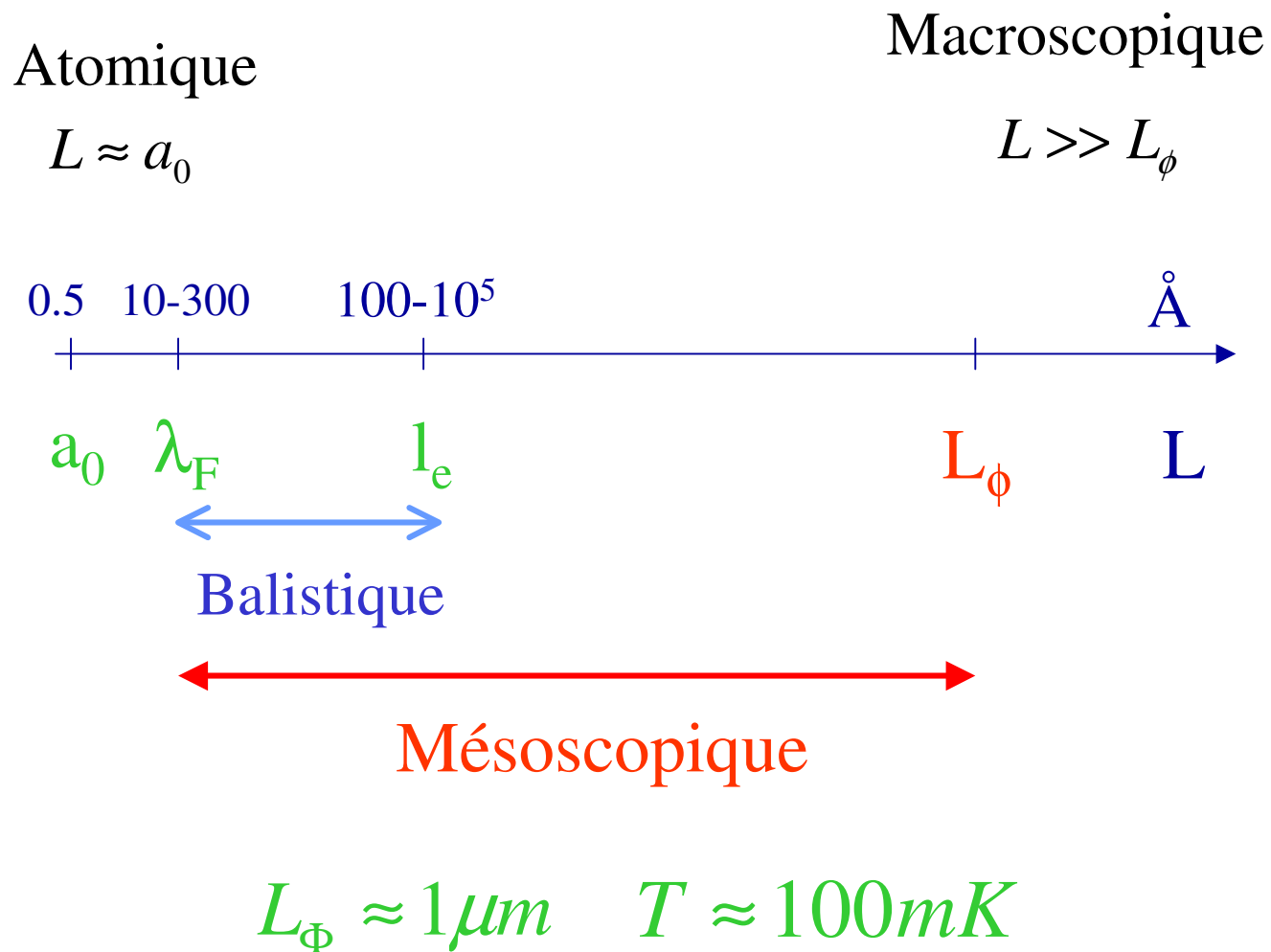
$$L_\phi \gg l_e$$

q.q. nm (T ordinaire)

q.q. microns (T = 0.1K!!)

Régime mésoscopique $L < L_\phi$

De l'atome au solide macroscopique...



Conductance de Landauer

Onde plane incidente

k_a



Onde plane transmise

k_b

$$|k_a| = |k_b| = k_F$$

$G = (e^2 / h) \text{tr } t t^\dagger$ Matrice $M \times M$ des amplitudes de transmission

t_{ab} onde plane k_a vers onde plane k_b

Nombre de canaux de conduction d'un conducteur de section S :

$$M = S / \lambda_F^2 \quad \text{Nb de vecteurs d'onde transverse}$$

Conductivité de Kubo et fonctions de Green

Formule de Kubo : réponse linéaire à un champ ac
niveaux discrets largeur γ_{ND}

$$\omega G_{ij} = - \sum_{n,m \neq n} |J_{nm}|^2 \frac{f_n - f_m}{\epsilon_n - \epsilon_m} \frac{\gamma_{ND}}{(\epsilon_n - \epsilon_m - \hbar\omega)^2 + \gamma_{ND}^2}$$

Spectre continu $T=0$ $\sigma(\omega) = s \frac{\hbar}{\pi V} \text{Tr} [j_x \delta(\epsilon - H) j_x \delta(\epsilon - \omega - H)]$

$$G_\epsilon^{R,A} = (\epsilon - H \pm i0)^{-1}$$

Fonctions de Green
avancées et retardées

Densité d'états $\delta(\epsilon - H) = \text{Im}(G_\epsilon^R)/2\pi = (G_\epsilon^R - G_\epsilon^A)/2\pi$

$$\sigma(\omega) = s \frac{\hbar}{\pi V} \text{Tr} [j_x G_\epsilon^R j_x G_{\epsilon-\omega}^A]$$

Formules de Landauer et de Kubo $\omega=0$ équivalentes dans la limite
d'un système à spectre continu

Conductance et interférences quantiques

Fonctions de Green dans l'espace réel:

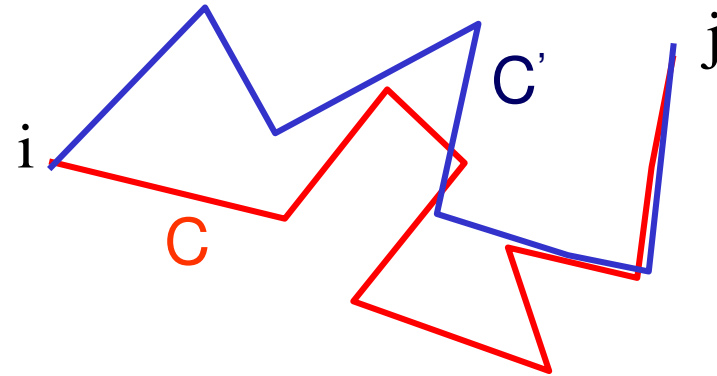
$$\sigma_x = -\frac{se^2\hbar^3}{2\pi m^2 V} \int \int d\mathbf{r}d\mathbf{r}' (\partial_x G_\epsilon^R(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \partial_{x'} G_\epsilon^A(\mathbf{r}', \mathbf{r})),$$

Très fortement reliée à:

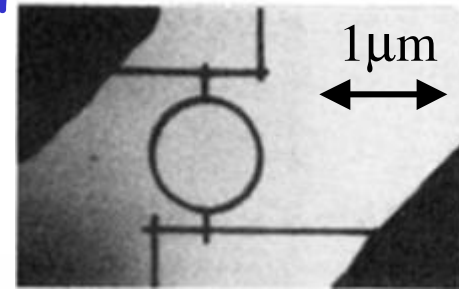
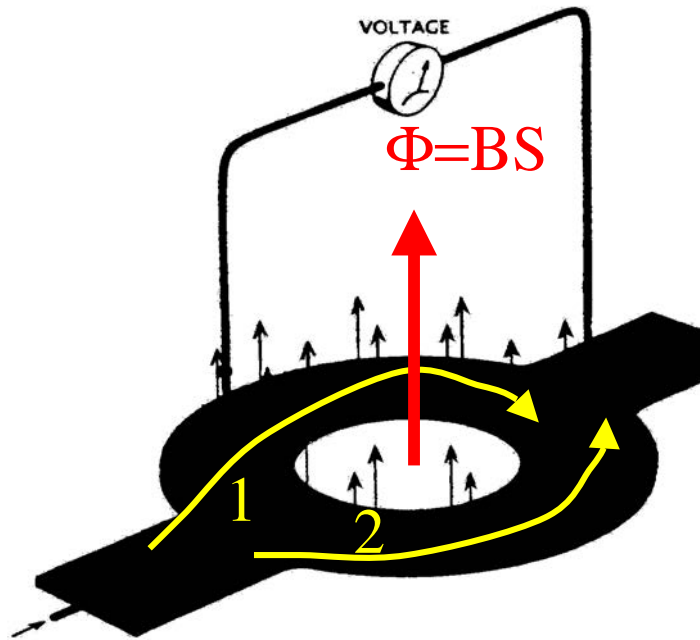
$$P(r, r') = \sum_{C, C'} A_C(r, r') A_{C'}^*(r, r')$$

$G^R \qquad G^A$

$$P_{ij} = \sum_{C_1 C_2} |A(C_1)| |A(C_2)| e^{i[\varphi(C_1) - \varphi(C_2)]}$$

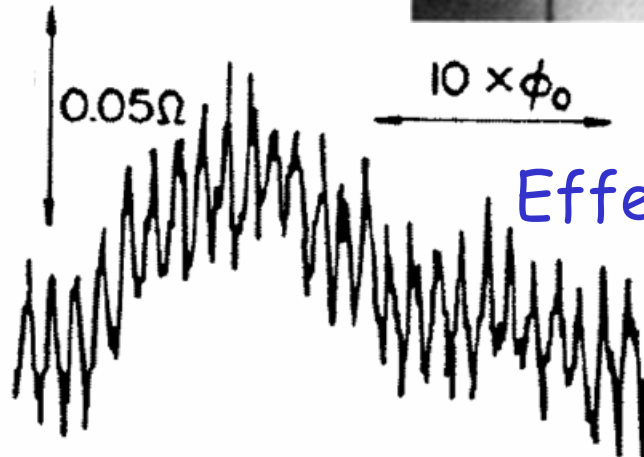


Le flux magnétique : pour jouer sur la phase électronique



Gold ring

Webb (1985)



Effet Aharonov Bohm

Différence de phase entre 1 et 2

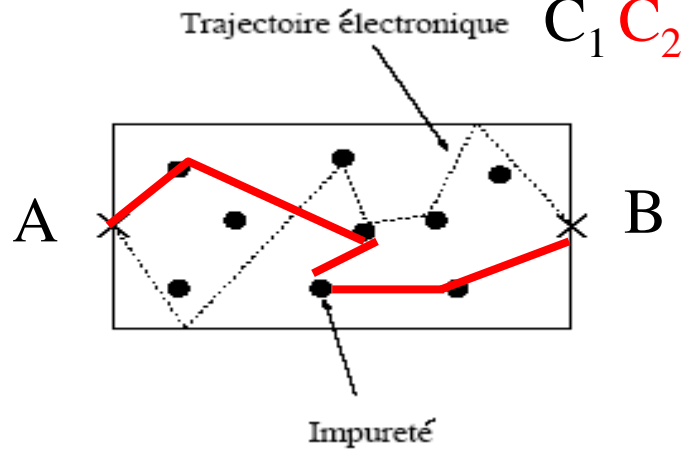
$\Phi_0 = h/e$ quantum de flux

$$\phi_1 - \phi_2 = 2\pi (e/h) \left[\int_1 \vec{A} \cdot d\vec{l} - \int_2 \vec{A} \cdot d\vec{l} \right] = 2\pi \Phi / \Phi_0$$

La conductance contient une contribution des interférences

$$G \sim \left| \sum_{\text{paths}} \mathcal{A}_k \exp(i\phi_k) \right|^2 = G_{\text{class}} + \underbrace{\delta G_{\text{int}}(\Phi)}_{\text{Correction quantique}}$$

Magnétoconductance mésoscopique



$$T_{AB} \approx P_{AB} = |\sum_C A(C)|^2$$

$$= \sum_{C_1 C_2} |A(C_1)| |A(C_2)| \exp i (\phi(C_1) - \phi(C_2))$$

$$\phi(C_1) = 1/\hbar \int_1 (\mathbf{p} - e \mathbf{A}) d\mathbf{l} \quad \text{Approx semi-classique}$$

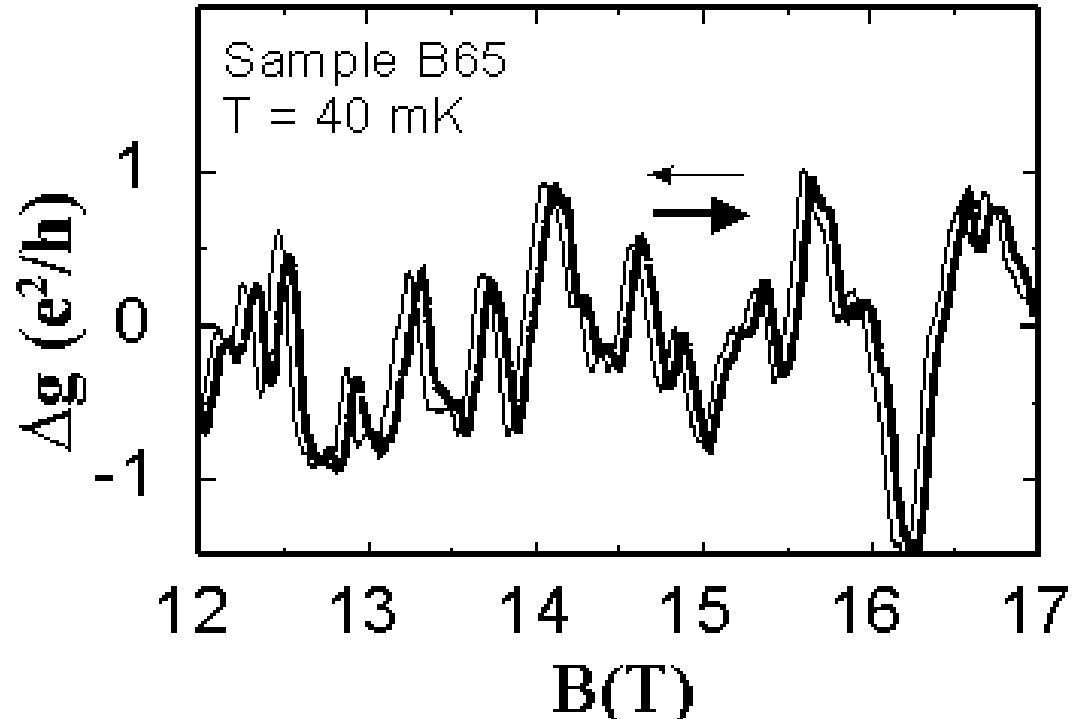
$k_F l_e \gg 1$

En présence d'un champ magnétique:

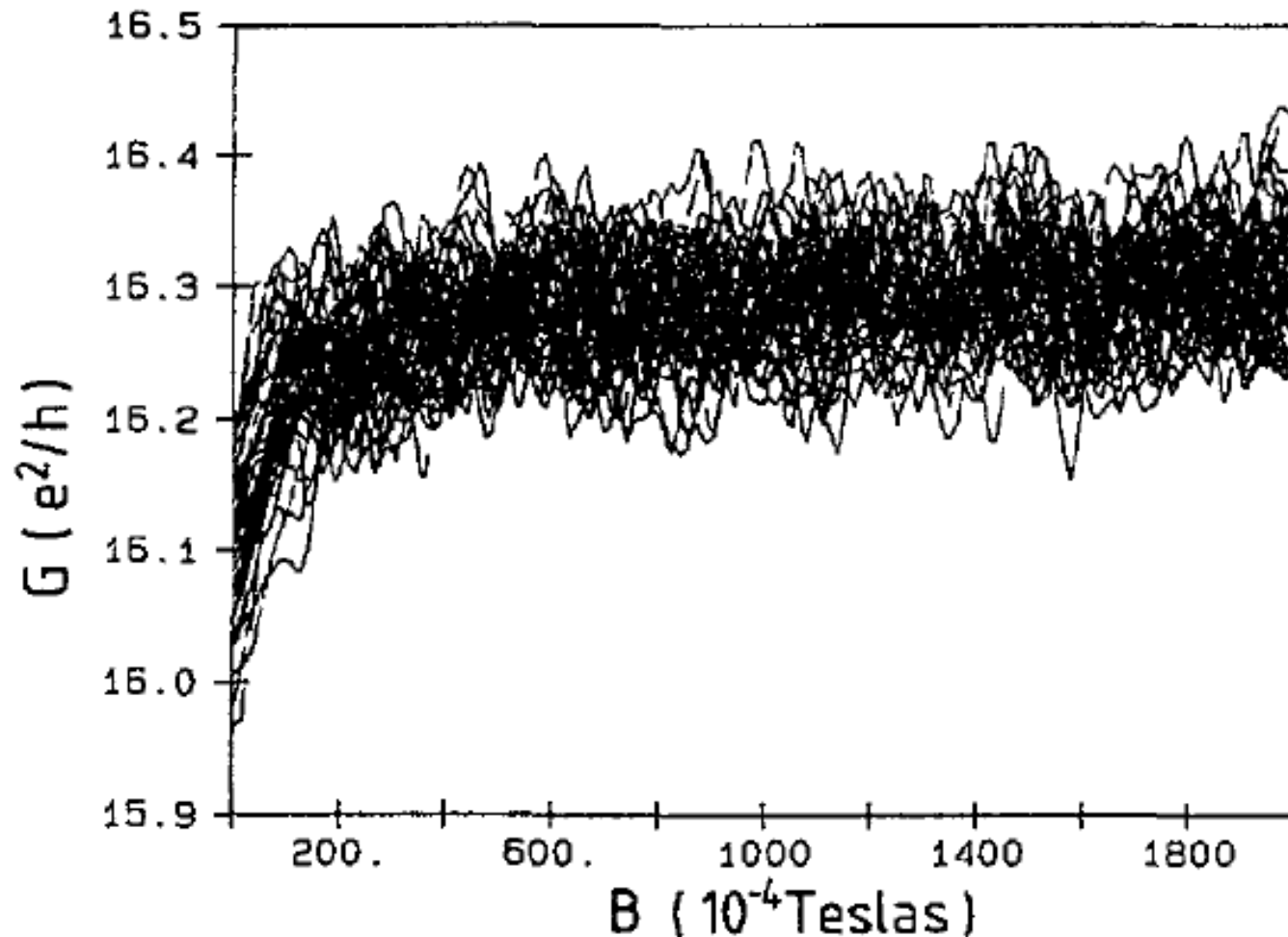
$$\delta\phi(C_1) - \delta\phi(C_2) = 2\pi \Phi_{C_1 C_2} / \Phi_0$$

« Empreinte digitale magnétique »

Caractéristique d'une configuration particulière des impuretés



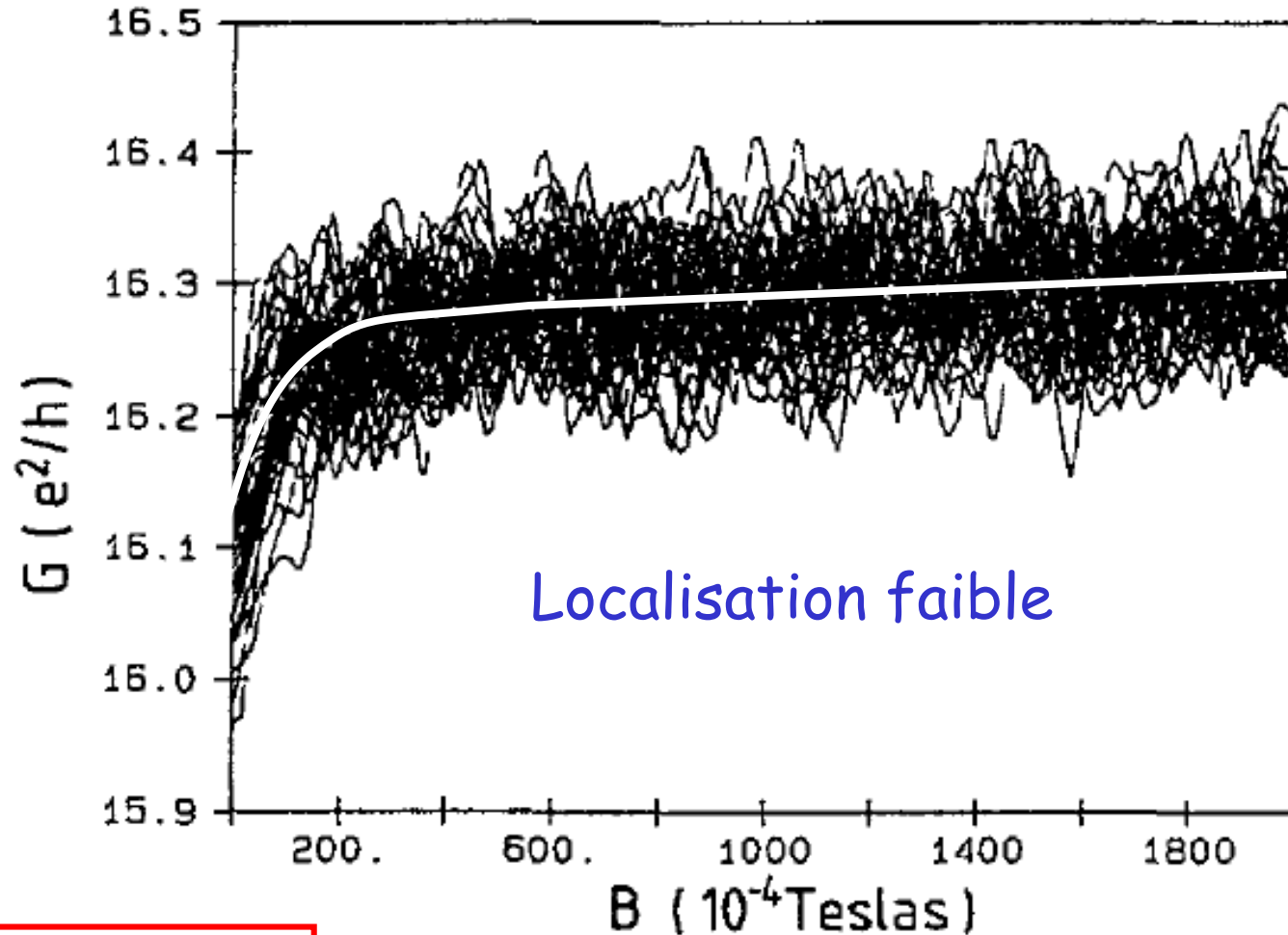
Empreintes digitales magnétiques mésoscopiques



M.Sanquer
D.Mailly
J.de Physique 1991

Courbes reproductibles de magnétoconductance d'un échantillon mésoscopique pour différentes réalisations de désordre (obtenues en appliquant un pulse de courant sur l'échantillon)

Moyennage des fluctuations de conductance



M. Sanquer
D. Mailly
J. de Physique 1991

UCF
dépendent de L_Φ
Mais aussi L_T

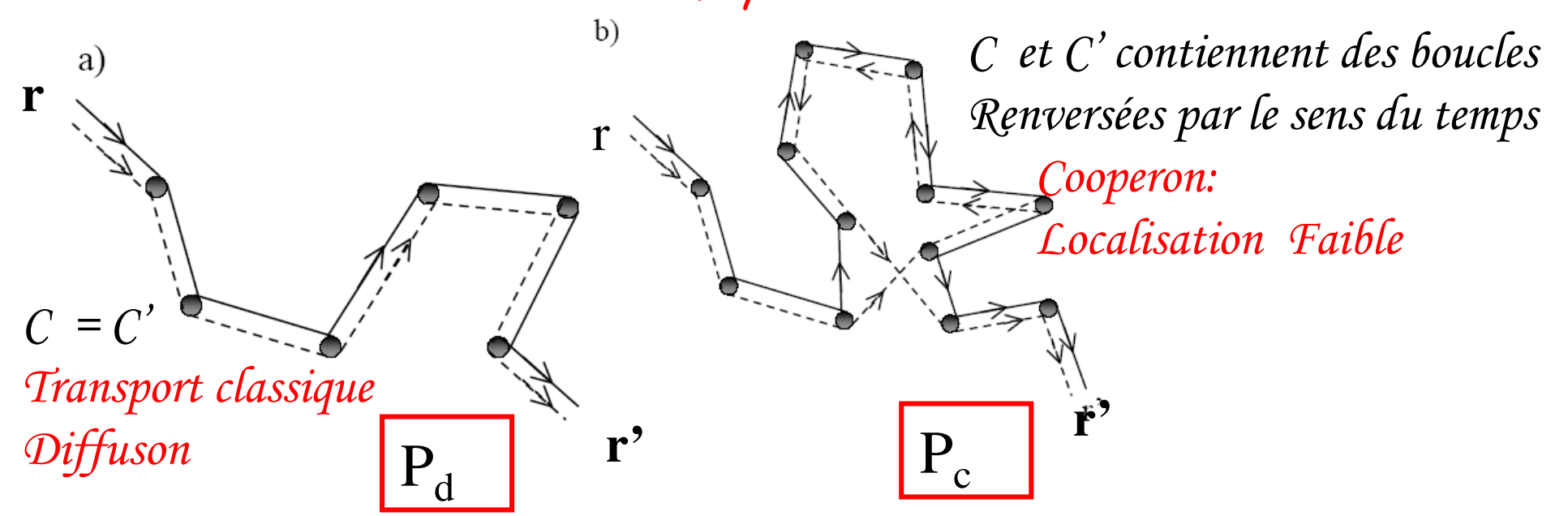
$$\delta G(T) = \delta G(T=0) \sqrt{\frac{E_C}{k_B T}} = \delta G(T=0) \left(\frac{L_T}{L}\right)$$

$$E_C = \hbar/\tau_D = \hbar D/L^2$$

Corrections quantiques à la conductivité d'un système macroscopique $L \gg L_\Phi$

$\omega \sim 0$ reliées à celles de: $P(r, r') = \sum_{C, C'} A_C(r, r') A_{C'}^*(r, r')$
A_C ~ e^{ik_Fl(C)} moyennée sur le désordre

Approximation semi-classique B=0
 Seules résistent à la moyenne sur le désordre



Propriétés et intérêt de $\overline{P(r,r')}$

$P(r,r')$ est solution d'une équation de diffusion

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - D\Delta \right) P_{\square}(r,r',t) = \delta(r-r')\delta(t)$$

$$\left(-i\omega + Dq^2 \right) P_{\square}(q,\omega) = 1$$

Permet de calculer les produits: $\langle G^R G^A \rangle$

$$G_{\epsilon}^{R,A} = (\epsilon - H \pm i0)^{-1}$$

$$\delta(\epsilon - H) = \text{Im}(G_{\epsilon}^R)/2\pi = (G_{\epsilon}^R - G_{\epsilon}^A)/2\pi$$

Espace libre à d dimensions

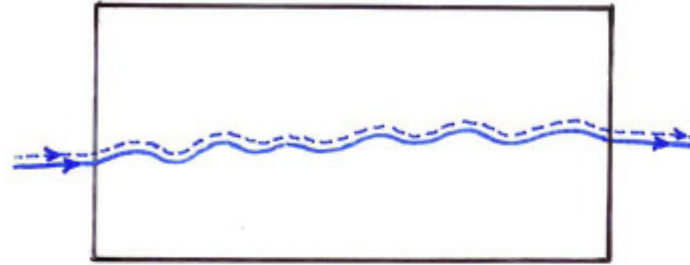
$$P_{\square}(R,t) = \frac{1}{(4\pi Dt)^{d/2}} e^{-\frac{R^2}{4Dt}}$$

Intervient dans les calculs de la réponse électronique à toute perturbation:
Champ électrique: conductivité, polarisabilité
Champ magnétique: magnétisme orbital (courants permanents)
Interactions électron-électron: densité d'états temps de cohérence de phase

La Localisation faible

Conductance classique

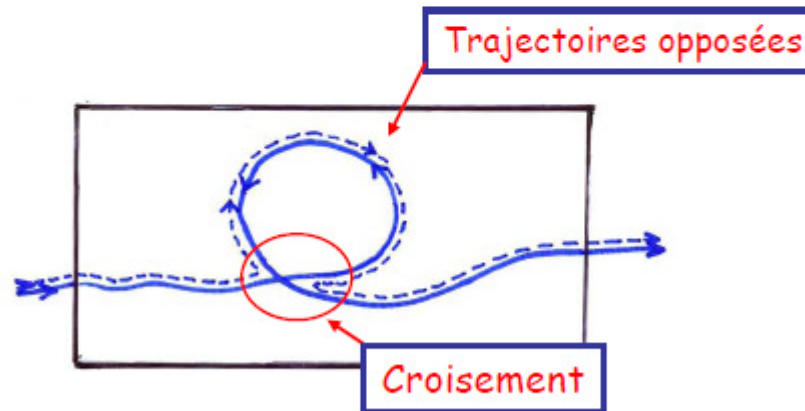
G_{cl}



Correction quantique \longrightarrow Un croisement \longrightarrow Une boucle

$$\frac{\Delta G}{G_{cl}} \sim -\frac{1}{g} \langle P_c(t) \rangle$$

$$\Delta G \sim -\frac{2e^2}{h} \langle P_c(t) \rangle$$



$P_c(t)$ = distribution de boucles de temps t = probabilité de retour

$$P_c(t) = \int P_{\text{int}}(r, r, t) d^d r = L^d / (Dt)^{d/2}$$

Correction de localisation faible

Effet de la dimension d'espace

$$\Delta G = -4 \frac{e^2}{h} \int_0^\infty P_c(t) \left(e^{-t/\tau_\phi} - e^{-t/\tau_e} \right) \frac{dt}{\tau_D}$$

Limite macroscopique $L \gg L_\phi$ $\tau_D \gg \tau_\phi$ $P(t) = \left(\frac{\tau_D}{4\pi t} \right)^{d/2}$

$$\int_{\tau_e}^{\tau_\phi} \frac{dt}{t^{d/2}} \begin{cases} \sqrt{\tau_\phi} - \sqrt{\tau_e} & d=1 \quad (\text{quasi-1D}) \\ \ln \frac{\tau_\phi}{\tau_e} & d=2 \\ -\frac{1}{\sqrt{\tau_\phi}} + \frac{1}{\sqrt{\tau_e}} & d=3 \end{cases}$$

$L_\phi = \sqrt{D\tau_\phi}$

Effet de la dimension d'espace

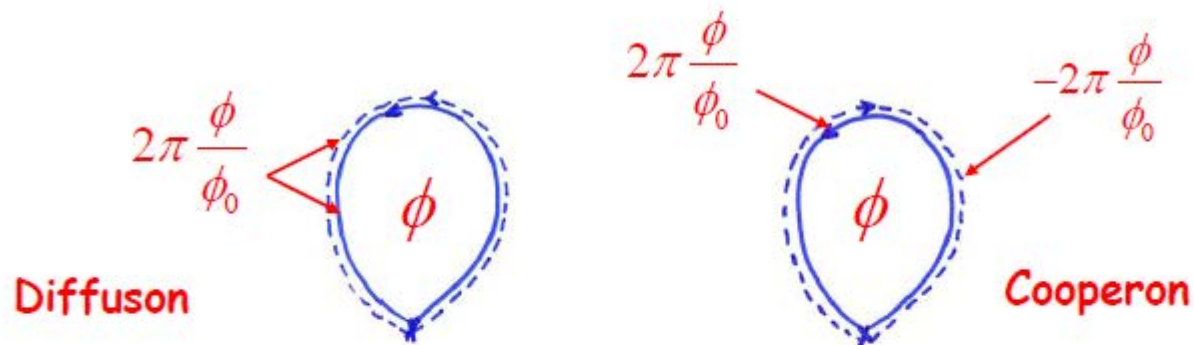
$$L_{\Phi}(T) \propto T^{-p(d)}$$

$$\Delta G = -\frac{2e^2}{h} \frac{L_{\phi}(T)}{L} \quad d=1 \quad (\text{quasi-1D})$$

$$\Delta G = -\frac{2e^2}{\pi h} \ln \frac{L_{\phi}(T)}{l_e} \quad d=2 \quad \text{Correction plus importante à basse } d, \text{ car la probabilité de retour est augmentée}$$

$$\Delta G = -\frac{e^2}{\pi h} \frac{L}{l_e} \quad d=3 \quad \text{Correction reste finie à basse } T!$$

Cohérence de phase et champ magnétique



Cooperon: des trajectoires appariées traversées par un flux magnétique acquièrent des **phases opposées**

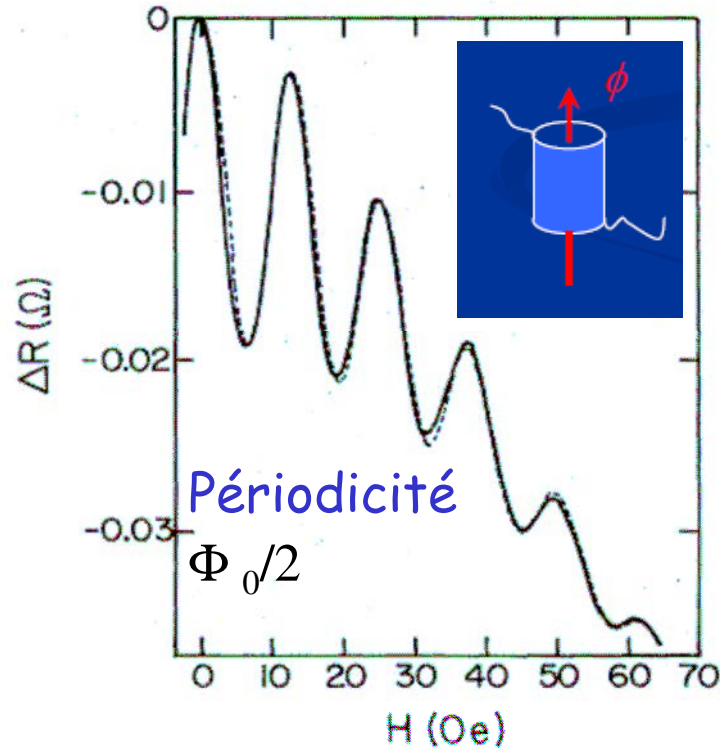
→ différence de phase $4\pi \frac{\phi}{\phi_0}$ → oscillations de période $\frac{\phi_0}{2} = \frac{h}{2e}$

Sous champ, déphasage entre trajectoires conjuguées par R.T.
 → le cooperon oscille avec le flux (cf. oscillations Sharvin-Sharvin)

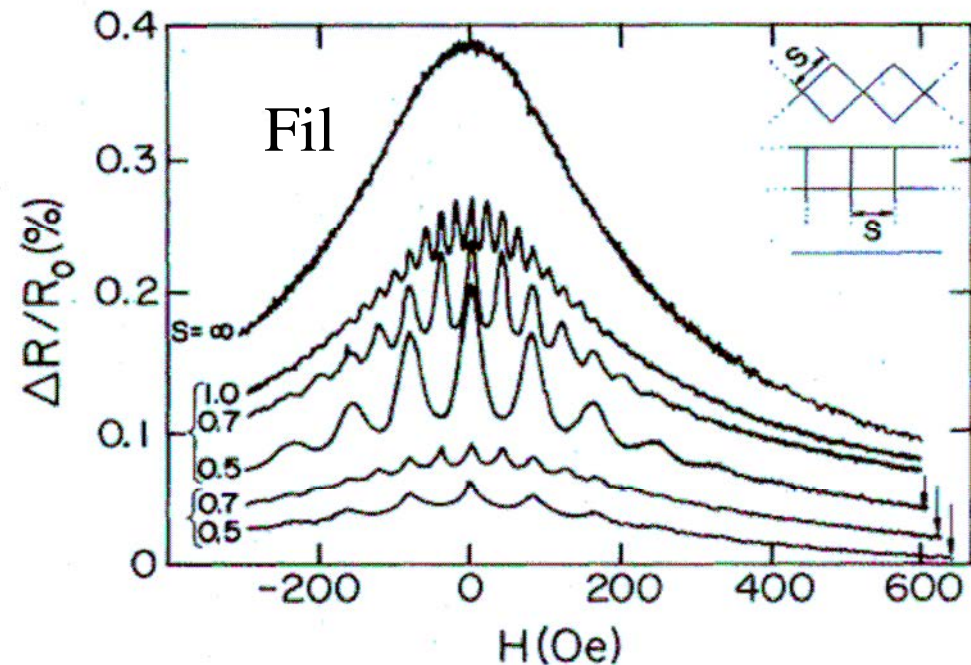
$$P_{\text{int}}(t) = P_{\text{cl}}(t) e^{4i\pi \frac{\phi}{\phi_0}}$$

Oscillations de résistance en champ magnétique dans des structures annulaires

2 manières différentes de mesurer la moyenne d'ensemble



Sharvin et Sharvin
1981, 1984



Réseau d'anneaux connectés
de différentes tailles Dolan, Bishop (1985)

Oscillations de résistance dans un cylindre
de circonférence $2\pi R < L_\Phi$
et de longueur $L < L_\Phi$

Effet d'un champ magnétique (qualitatif)

$$P_c(t) = P_{cl}(t) e^{-t/\tau_\phi} \left\langle e^{4i\pi \frac{\phi(t)}{\phi_0}} \right\rangle$$

Toutes les trajectoires n'entourent pas le même flux

$$\hookrightarrow \sim e^{-t/\tau_B}$$

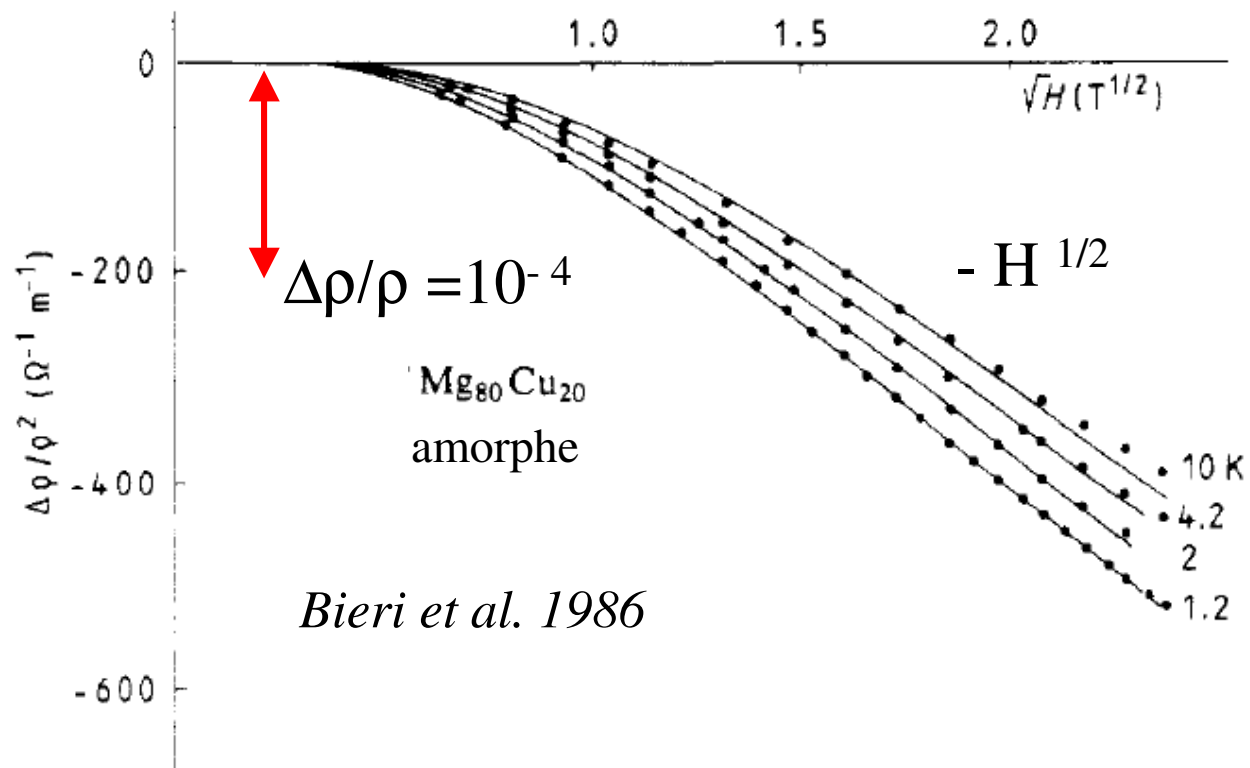
Flux typique enserré par une trajectoire
diffusive à 2D et 3D

$$BD\tau_B = \phi_0$$

$$\Delta G = -4 \frac{e^2}{h} \int_0^\infty \left(\frac{\tau_D}{4\pi t} \right)^{d/2} e^{-t/\tau_\phi} e^{-t/\tau_B} \frac{dt}{\tau_D}$$

L'analyse de $\Delta G(B, T) = \Delta G(1/\tau_\phi(T) + 1/\tau_B)$
Permet de déterminer $\tau_\phi(T)$

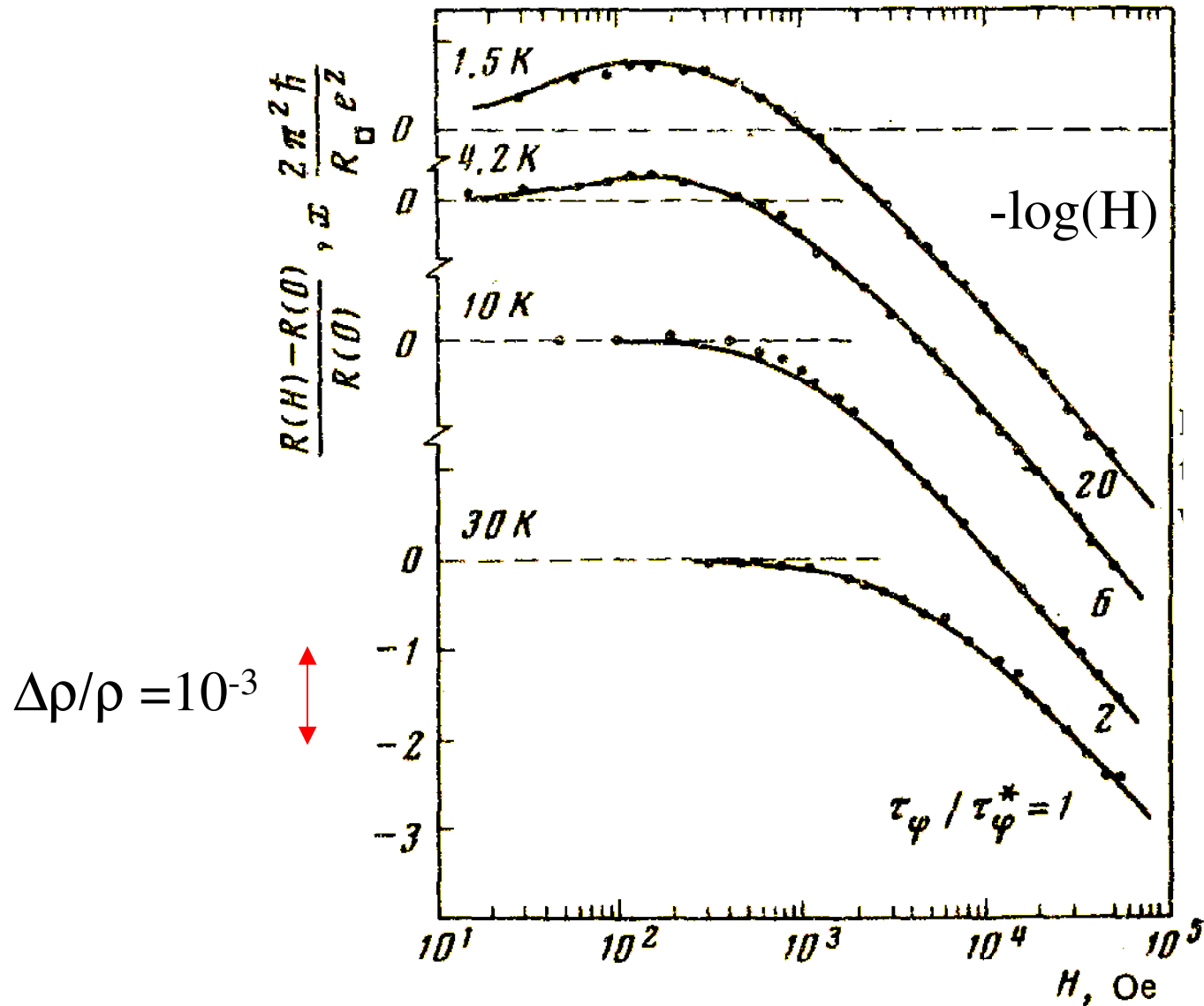
Localisation faible dans un système tridimensionnel



Localisation faible dans un système bidimensionnel

Gershenzohn et al. 1982

Film Ag d=6nm



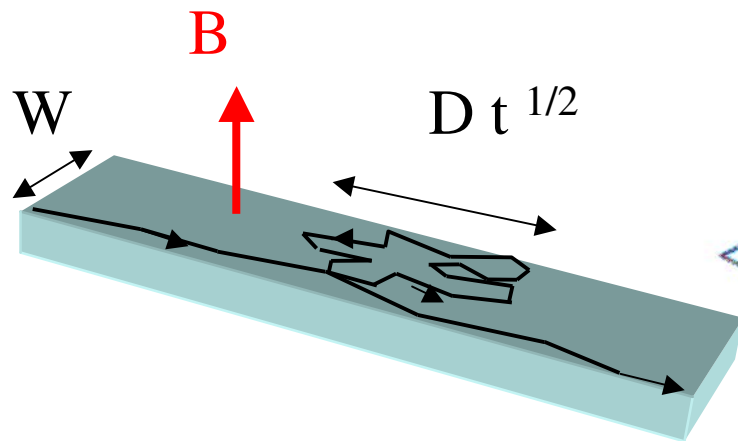
Effet d'un champ magnétique

Fil quasi 1D, $W < L_\Phi$

$$P_{\text{int}}(t) = P_{\text{cl}}(t) e^{-t/\tau_\phi} \left\langle e^{\frac{4i\pi\phi(t)}{\Phi_0}} \right\rangle$$

$$\sim e^{-t/\tau_B}$$

$$\Delta G = -4 \frac{e^2}{h} \int_0^\infty \left(\frac{\tau_D}{4\pi t} \right)^{d/2} e^{-t/\tau_\phi} e^{-t/\tau_B} \frac{dt}{\tau_D}$$



$$\Delta G(B) = \Delta G(1/\tau_\phi + 1/\tau_B)$$

$$\langle \exp 4\pi i \phi(t) / \Phi_0 \rangle = \exp -1/2 \langle (4\pi \phi(t) / \Phi_0)^2 \rangle$$

$$\langle \phi^2(t) \rangle = B^2 D t W^2$$

$$1/\tau_B = 8D(\pi B W / \Phi_0)^2$$

$$\Delta G(B) = - [1/\tau_\phi(T) + 8D(\pi B W / \Phi_0)^2]^{-1/2}$$

Localisation faible dans un système quasiunidimensionnel

Fils de Lithium de différentes largeur $W < L_\Phi$

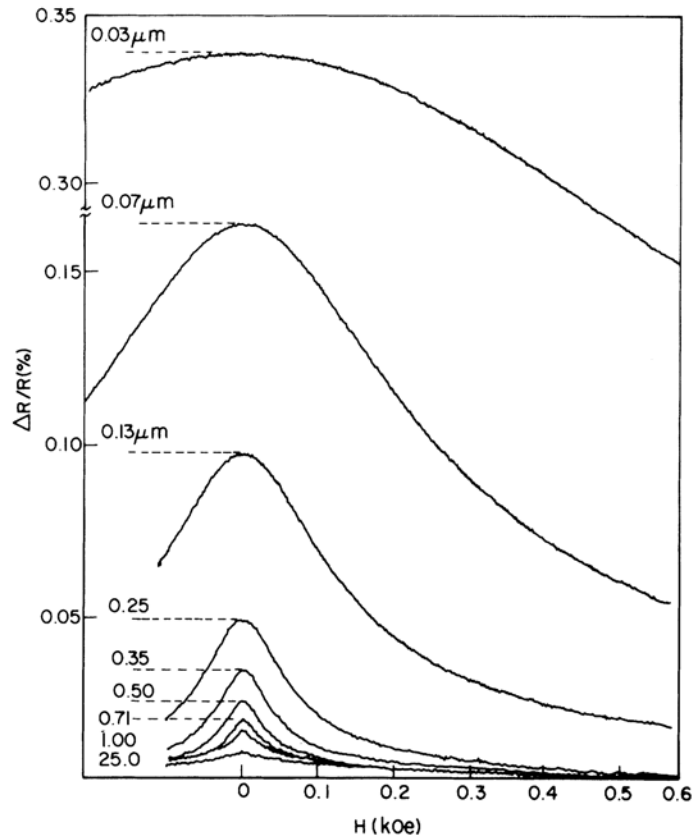
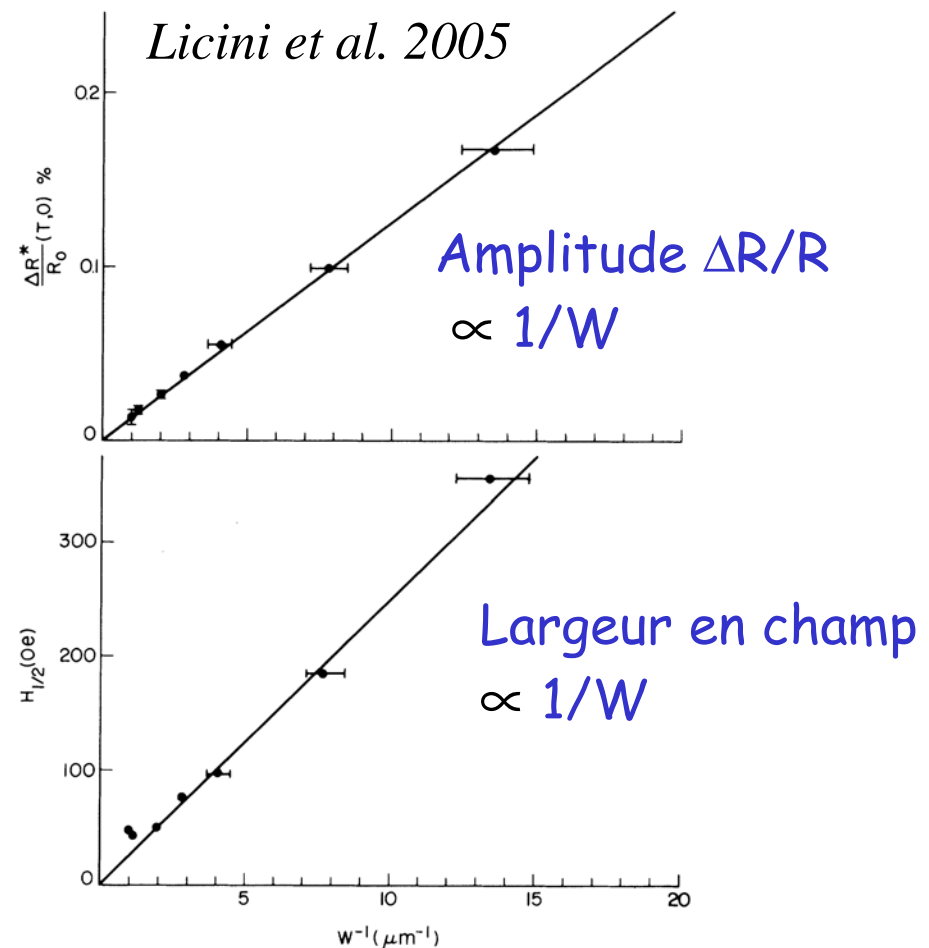


FIG. 1. Magnetoresistance data for L_i films varying in width, W , down to $0.03 \pm 0.01 \mu\text{m}$.



$$\frac{\Delta R(T, H)}{R_0} = \frac{e^2}{\pi \hbar} \frac{R_\square}{W} \tilde{L}(T, H)$$

$$\tilde{L}(T, H) = [L_i(T)^{-2} + L_H^{-2}]^{-1/2}$$

$$L_H = (\sqrt{3}/\pi) \phi_0 / HW.$$

Décohérence et interactions électron-électron

Mécanisme microscopique

Rôle du désordre

Dimensionnalité

Lien avec le bruit de Nyquist

Effets géométriques:

Effets de réseau

Expériences:

Comment mesurer le temps de cohérence de phase:

Séparer des effets thermiques: moyenner sur le désordre

Localisation faible

Temps de cohérence de phase dans un système isolé ?

Interaction coulombienne: écrantage statique et dynamique

$$U(\mathbf{R}) = \frac{e^2}{R} \exp -\kappa R$$

$$\kappa^2 = 8\pi e^2 \nu / \Omega \quad (\text{Poisson et compressibilité du gaz de Fermi})$$

$$\nu = \sum_i \delta(\epsilon_i - \epsilon) \quad \text{densité d'états}$$

$$\kappa = 2\pi / \lambda_{\text{TF}}$$

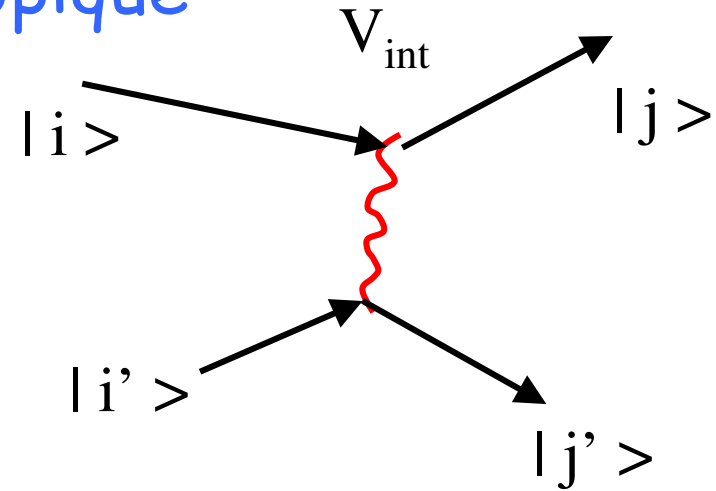
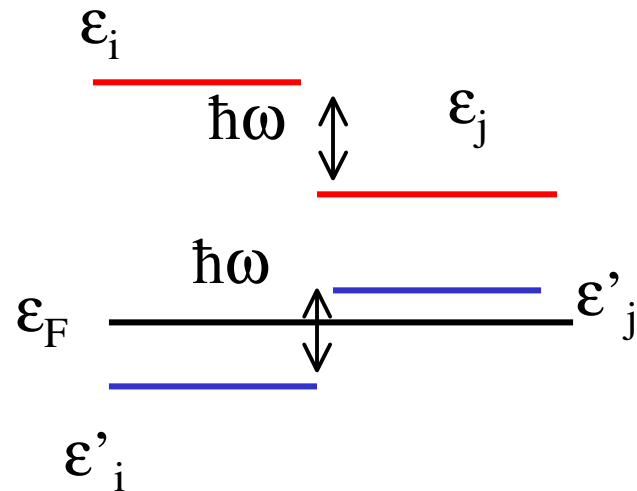
λ_{TF} longueur d'écrantage
Thomas Fermi
de l'ordre de λ_F

$$U(q) = \frac{4\pi e^2}{q^2 + \kappa^2} \quad \sim \Omega / (2\nu) \quad \text{à petit } q$$

A fréquence finie la diffusion rend l'écrantage moins efficace:

$$U(q, \omega) = \frac{U_0(q)}{\epsilon(q, \omega)} \quad U(q, \omega) = U_0 \frac{i\omega + Dq^2}{Dq^2}$$

Mécanisme microscopique



Calcul du temps de relaxation $\tau(\epsilon)$ d'un électron d'énergie ϵ

$$\hbar / \tau(\epsilon) = (4\pi/\nu) \sum \underbrace{|\langle ii' | V_{int} | jj' \rangle|^2}_{\text{interaction strength}} \delta(\epsilon_i - \epsilon) \delta(\epsilon_i + \epsilon'_i - \epsilon_j - \epsilon'_j)$$

$$K_{ii',jj'} = \langle ii' | V_{int}(r, r') | jj' \rangle = \sum_q V_{int}(q) \langle i | e^{iqr} | j \rangle \langle i' | e^{-iqr'} | j' \rangle$$

$$\frac{\hbar}{\tau(\epsilon)} = \frac{4\pi}{\nu} \int_0^\epsilon d\omega \int_\omega^0 d\epsilon' \delta(\epsilon - \epsilon_i) \delta(\epsilon' - \epsilon'_i) \delta(\epsilon - \omega - \epsilon_j) \delta(\epsilon' + \omega - \epsilon'_j) K_{ii',jj'}$$

Sans désordre $K_{ii',jj'} = \text{Cte} = U_0^2 \sim 1/\nu^2$

$\hbar / \tau(\epsilon) = \epsilon^2 / \epsilon_F$ temps de vie d'une quasiparticule de Landau

Interférences dans un gaz 2D GaAs/GaAlAs

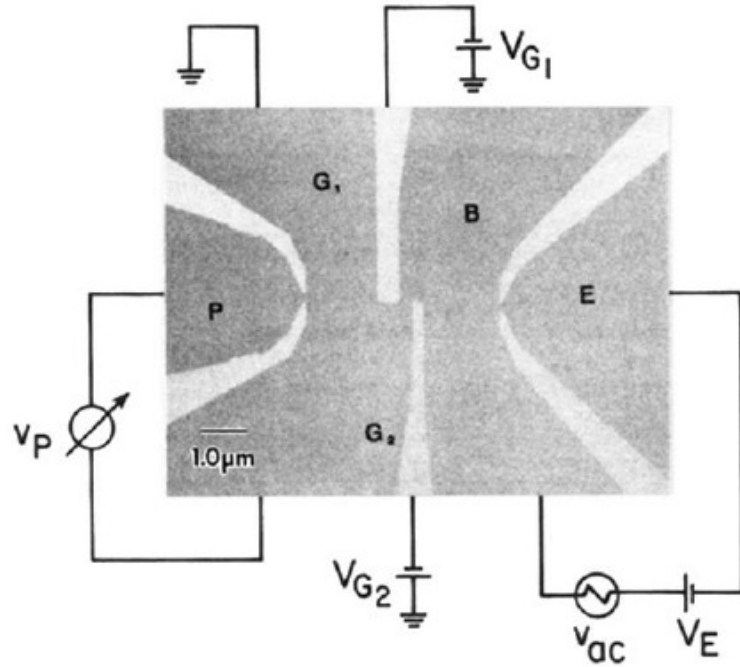
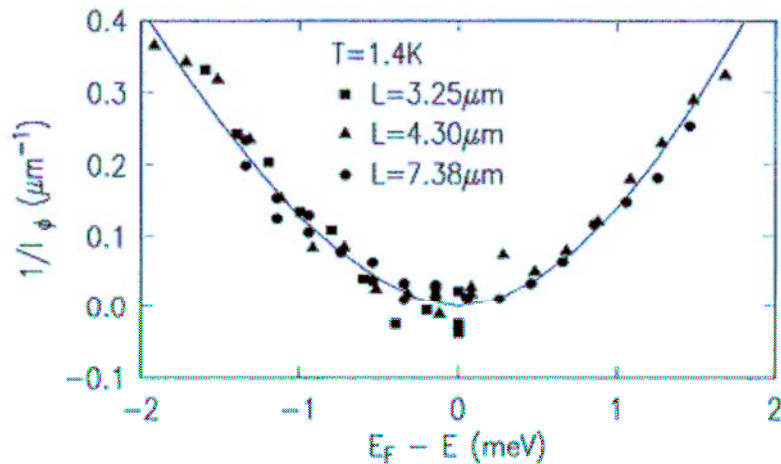
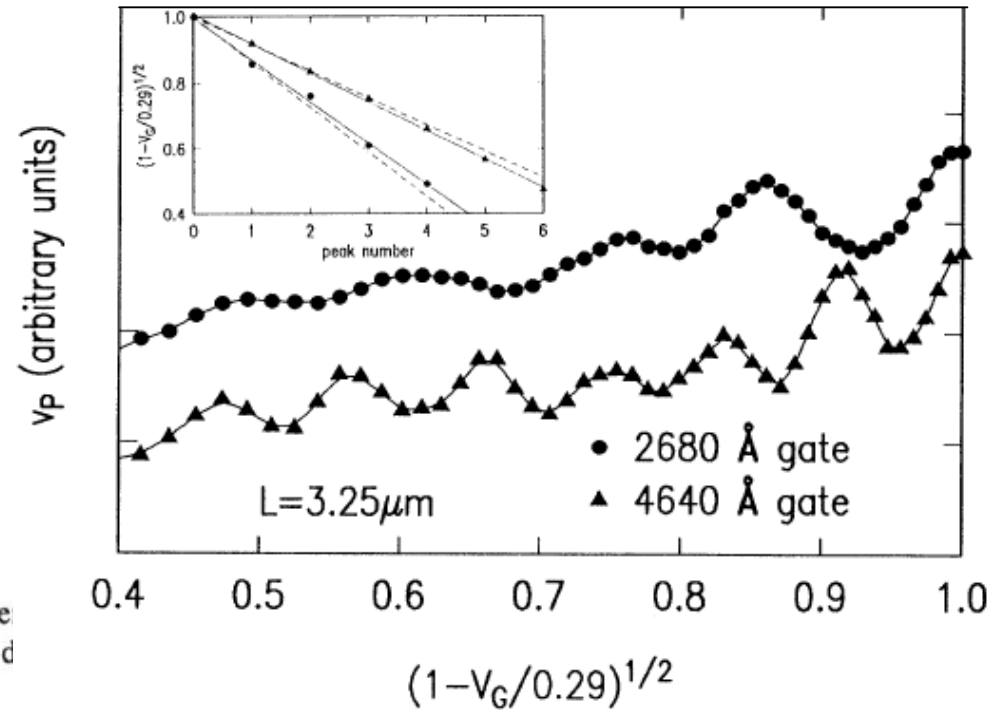


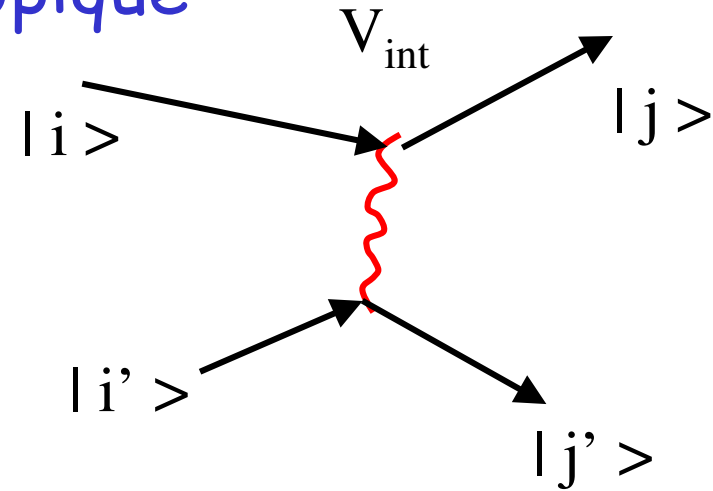
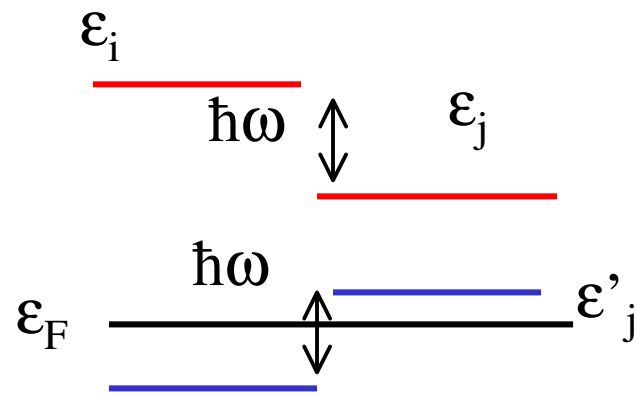
FIG. 1. A top view of one of the devices used in the experiment ($L = 4.30 \mu\text{m}$). The light areas are the metallic gates deposited on top of the GaAs/AlGaAs heterostructure.



$$\frac{1}{\tau_{e-e}} = \frac{E_F}{4\pi\hbar} \left(\frac{\Delta}{E_F} \right)^2 \left[\ln \left(\frac{E_F}{\Delta} \right) + \ln \left(\frac{2Q_{TF}}{k_F} \right) + \frac{1}{2} \right]$$

Yacoby et al. 1991

Mécanisme microscopique



Calcul du temps de relaxation $\tau(\epsilon)$ d'un électron d'énergie ϵ

$$\hbar / \tau(\epsilon) = (4\pi/\nu) \sum_{\substack{ii',jj' \\ K_{ii',jj'}}} | \langle ii' | V_{\text{int}} | jj' \rangle |^2 \delta(\epsilon_i - \epsilon) \delta(\epsilon_i + \epsilon'_i - \epsilon_j - \epsilon'_j)$$

$$\frac{\hbar}{\tau(\epsilon)} = \frac{4\pi}{\nu} \int_0^\epsilon d\omega \int_\omega^0 d\epsilon' \delta(\epsilon - \epsilon_i) \delta(\epsilon' - \epsilon'_i) \delta(\epsilon - \omega - \epsilon_j) \delta(\epsilon' + \omega - \epsilon'_j) K_{ii',jj'}$$

Avec désordre:

$$\frac{\hbar}{\tau(\epsilon)} = \nu \int_0^\epsilon \omega d\omega \sum_{\vec{q}} |U_q(\omega)|^2 \left[\text{Re} \frac{1}{-i\omega + Dq^2} \right]^2$$

$$\frac{1/\nu^2}{\omega^2 + D^2q^4}$$

Calcul du temps de relaxation $\tau(\epsilon)$ d'un électron d'énergie ϵ

$$\frac{\hbar}{\tau(\epsilon)} = \frac{4\pi}{\nu} \int_0^\epsilon d\omega \int_\omega^0 d\epsilon' \delta(\epsilon - \epsilon_i) \delta(\epsilon' - \epsilon'_i) \delta(\epsilon - \omega - \epsilon_j) \delta(\epsilon' + \omega - \epsilon'_j) K_{ij,i'j'}$$

Avec désordre:

$$\frac{\hbar}{\tau(\epsilon)} = \nu \int_0^\epsilon \omega d\omega \sum_{\vec{q}} |U_q(\omega)|^2 \left[\text{Re} \frac{1}{-i\omega + Dq^2} \right]^2$$

$$\underbrace{\sum_{\vec{q}}}_{\Omega d^d q} \underbrace{\left[\frac{1/\nu^2}{\omega^2 + D^2 q^4} \right]^2}_{\frac{1/\nu^2}{\omega^2 + D^2 q^4}}$$

$$K(\omega) = U_0^2 (\omega/D)^{d/2-2}$$

$$\frac{\hbar}{\tau(\epsilon)} \propto \frac{\Omega}{\nu} \left[\frac{\epsilon}{\hbar D} \right]^{d/2}$$

à 1D $\hbar/\tau(\epsilon) \gg \epsilon$

Instabilité du gaz d'électrons $d=2$ et 1 ?


Importance des collisions avec petit ϵ dans

Altshuler Aronov

Ackermans Montambaux

Effet de la température: $\tau_\phi(T)$

$$\frac{\hbar}{\tau(\epsilon, T)} = \int_0^\epsilon d\omega K(\omega) f(\epsilon)(1 - f(\epsilon - \omega)) f(\epsilon')(1 - f(\epsilon' + \omega)) d\epsilon'$$


~1 pour $\epsilon < k_B T$ $k_B T$ pour $\omega < k_B T$

$$\hbar / \tau_\phi(T) = \frac{\hbar}{\tau(0, T)} \simeq k_B T \int_0^{k_B T} K(\omega) d\omega$$

Diverge lorsque ω tend vers 0!

Effet de la température: $\tau_\phi(T)$

$$\frac{\hbar}{\tau(\epsilon, T)} = \int_0^\epsilon d\omega K(\omega) f(\epsilon)(1 - f(\epsilon - \omega)) f(\epsilon')(1 - f(\epsilon' + \omega)) d\epsilon'$$

~ 1 pour $\epsilon < k_B T$ $k_B T$ pour $\omega < k_B T$

$$\hbar / \tau_\phi(T) = \frac{\hbar}{\tau(0, T)} \simeq k_B T \int_0^{k_B T} K(\omega) d\omega$$

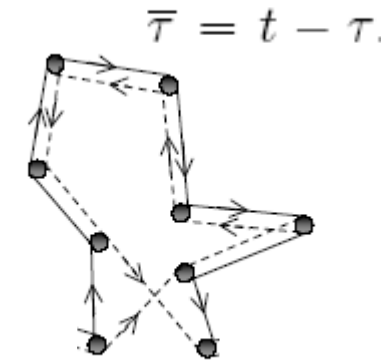
~~$\hbar / \tau_\phi(T)$~~

$$\hbar / \tau_\phi(T) = \hbar (k_B T / S m D^{1/2})^{2/3}$$

Autre raisonnement: décohérence et bruit de Nyquist à 1D

$$\langle e^{i\Phi} \rangle_{C,T} = \langle e^{-\frac{1}{2}\langle \Phi^2 \rangle_T} \rangle_C = e^{-\frac{1}{2}\langle \Phi^2 \rangle_{T,C}}$$

$$\Phi = \frac{e}{\hbar} \int_0^t d\tau [V(r(\tau), \tau) - V(r(t-\tau), \tau)]$$



$$\langle \Phi^2 \rangle = \frac{e^2}{\hbar^2} \langle \int d\tau_1 d\tau_2 [V(r(\tau_1), \tau_1) - V(r(\bar{\tau}_1), \tau_1)] [V(r(\tau_2), \tau_2) - V(r(\bar{\tau}_2), \tau_2)] \rangle$$

$$\langle V(r, t) V(r', t') \rangle = \delta(t - t') \langle V(r) V(r') \rangle$$

Fil quasi 1D $w, e \ll L_\Phi$

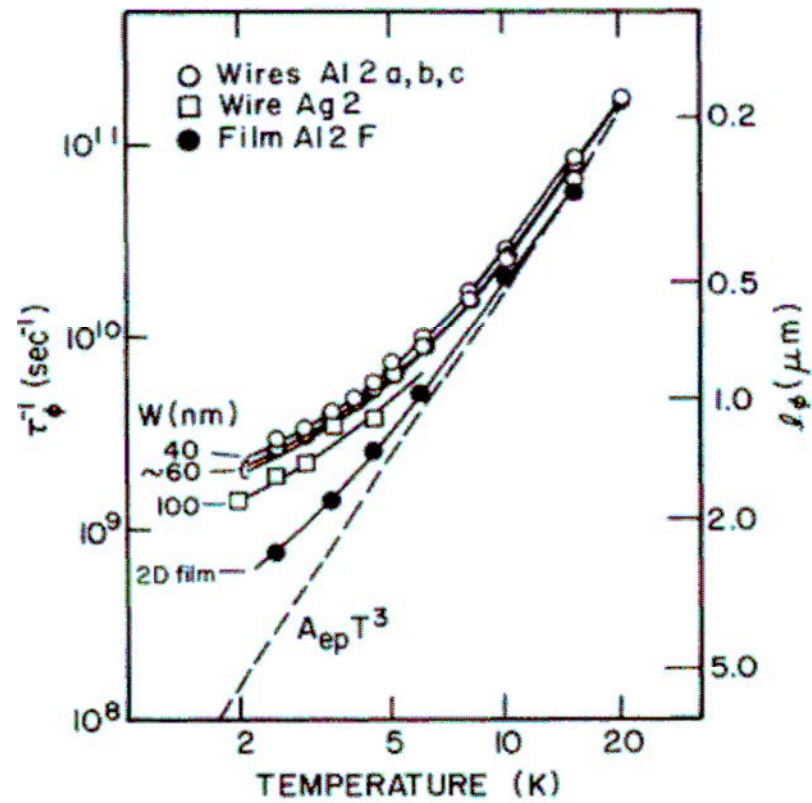
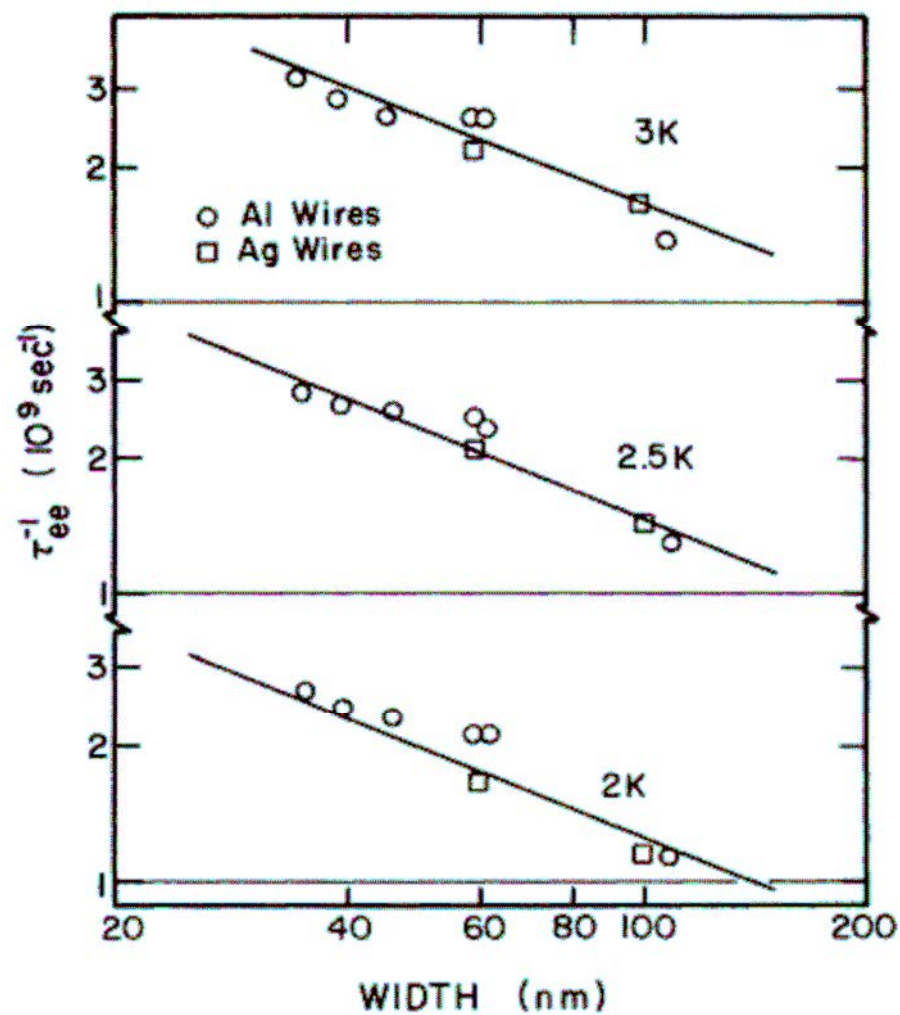
$$\langle \Phi^2 \rangle = \frac{e^2}{\hbar^2} \langle \int_0^t d\tau [V(r(\tau)) - V(r(\bar{\tau}))]^2 \rangle$$

$$\langle \Delta V^2 \rangle_T(\omega) = 2k_B T R$$

$$R = \frac{|r(\tau) - r(\bar{\tau})|}{\sigma_D S} \sim D t^{1/2} / \sigma_D S$$

$$\langle e^{i\Phi} \rangle_{C,T} \approx e^{-\frac{e^2 k_B T \sqrt{D}}{\hbar^2 \sigma_D S} t^{3/2}} = e^{(-t/\tau_N)^{3/2}}$$

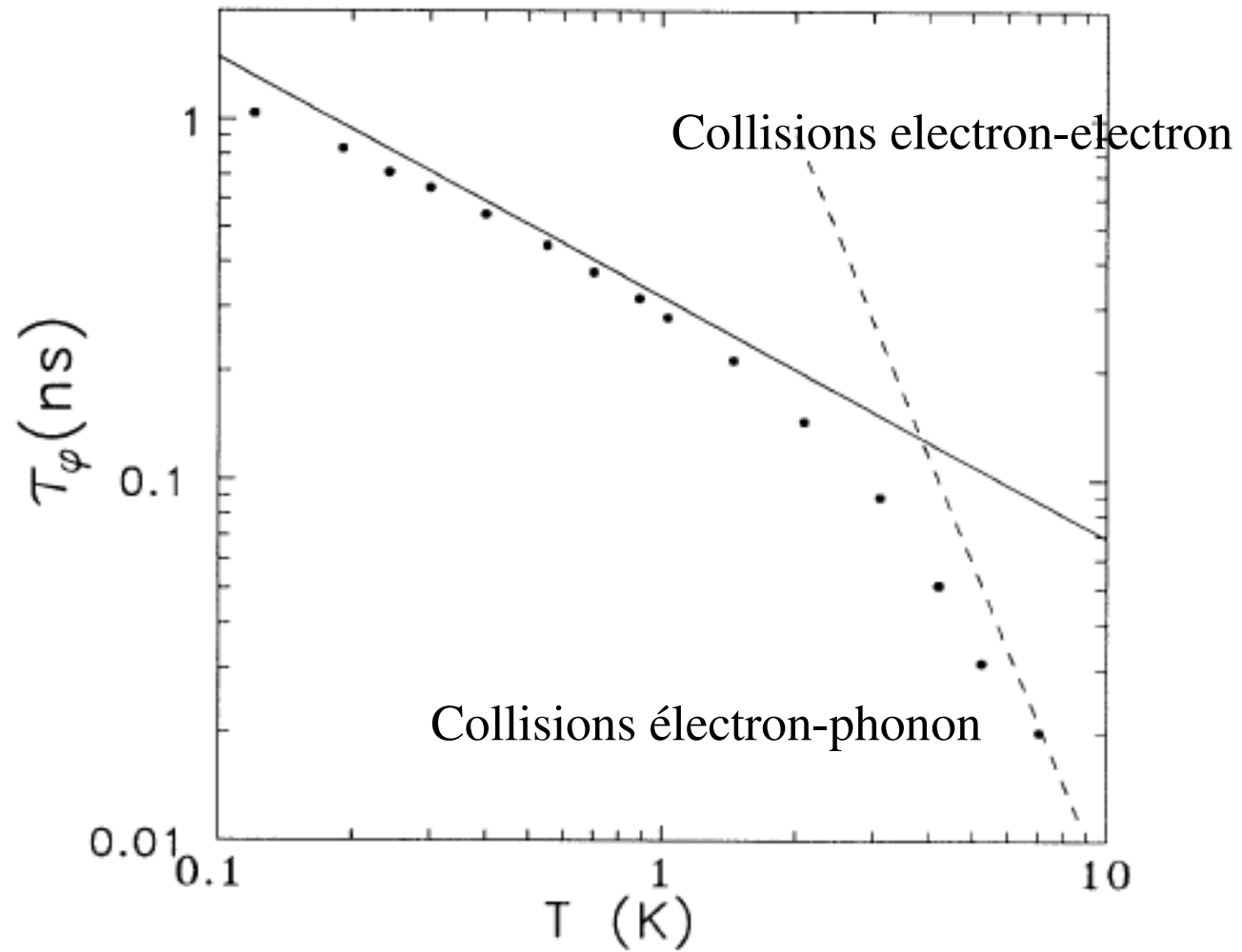
$$\tau_N = \tau_\Phi \propto T^{-2/3}$$



Wind et al. PRL 1986

Mesures sur des fils d'or

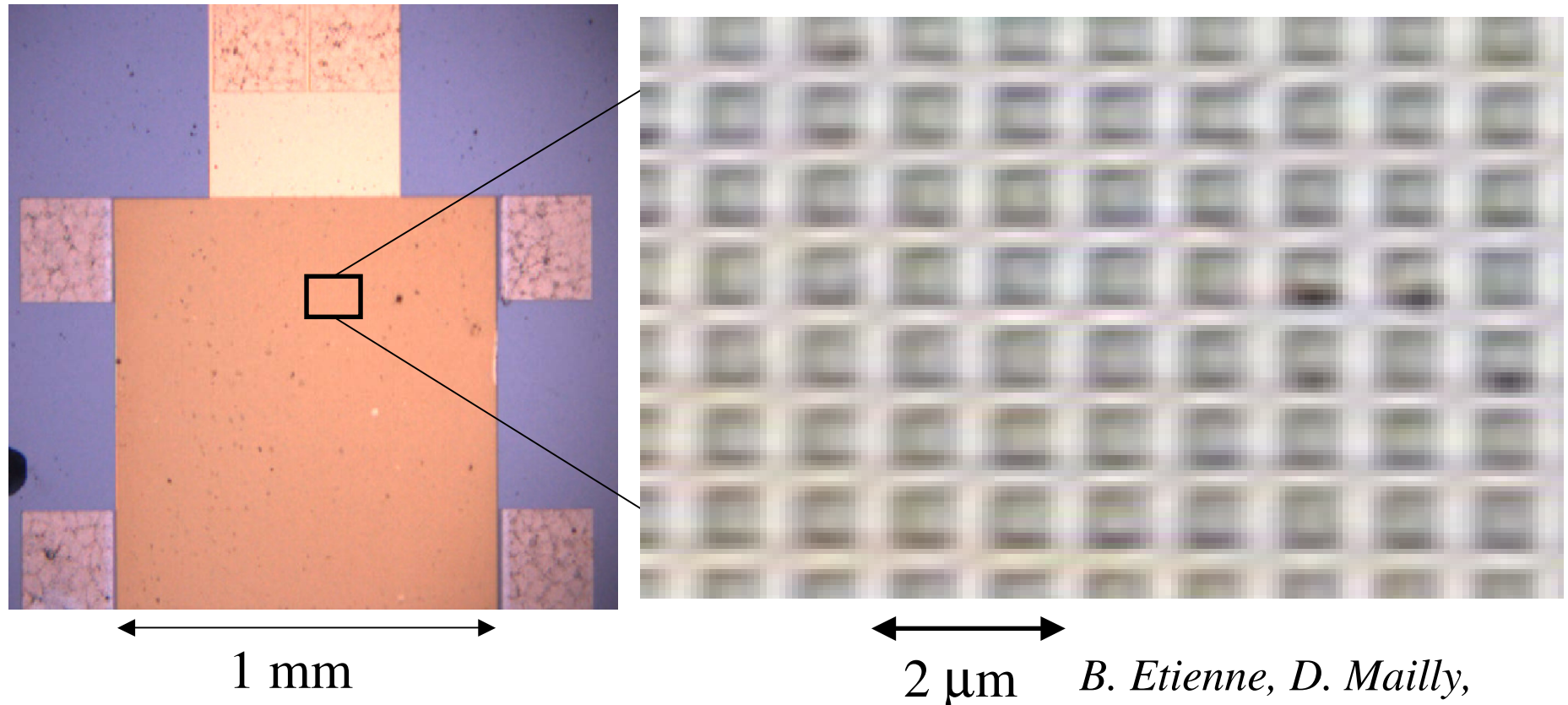
Echternach et al. PRL 1993



Cohérence de phase sur un réseau: effets géométriques

Cohérence de phase sur un réseau: effets géométriques

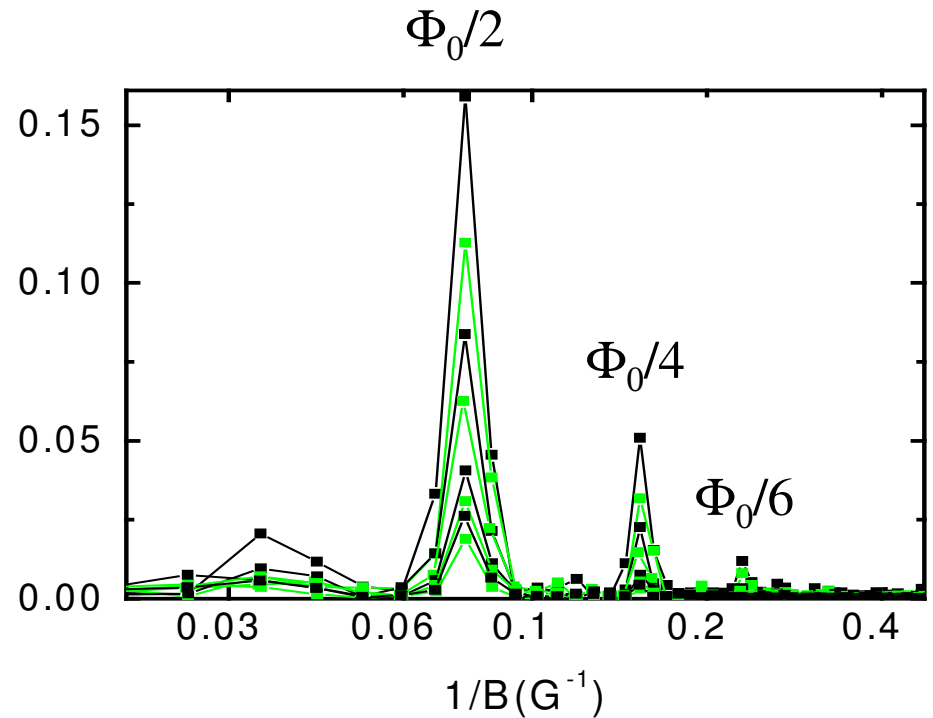
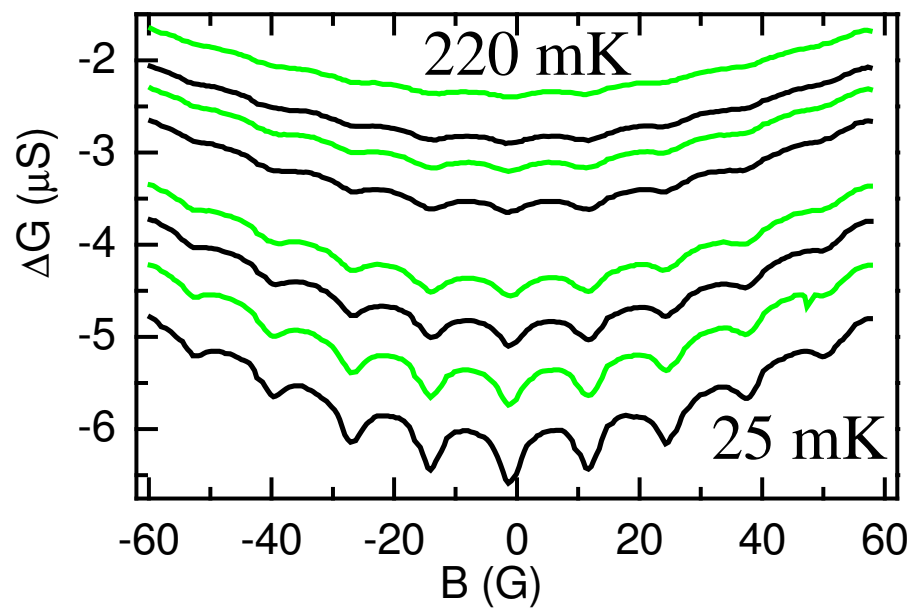
2 DEG samples



*B. Etienne, D. Mailly,
(LPN Marcoussis)*

Networks of 10^6 rings etched in GaAs/AlGaAs 2DElec.Gas

Strongly anharmonic magnetoresistance signal



Ferrier et al. 2004

The harmonics contents of oscillations is controlled by L_ϕ/a

$$\Delta G = -\frac{e^2}{h} \frac{L_\phi}{L} \sum a_n \cos\left(4n\pi \frac{\phi}{\phi_0}\right)$$

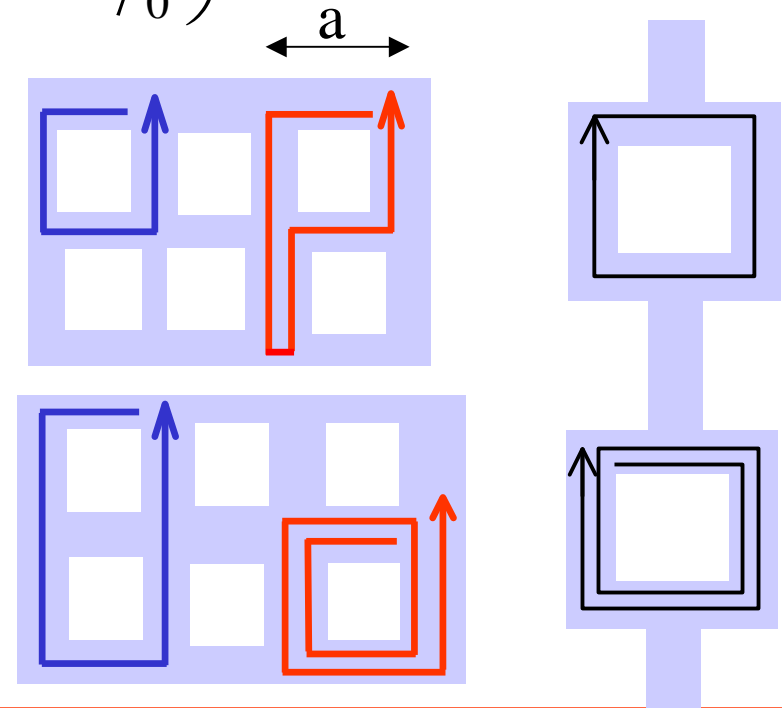
1st harmonic

$$a_1 = \alpha \exp(-4a/L_\phi) + \beta \exp(-6a/L_\phi) + \dots$$

2nd harmonic

$$a_2 = \gamma \exp(-6a/L_\phi) + \delta \exp(-8a/L_\phi) + \dots$$

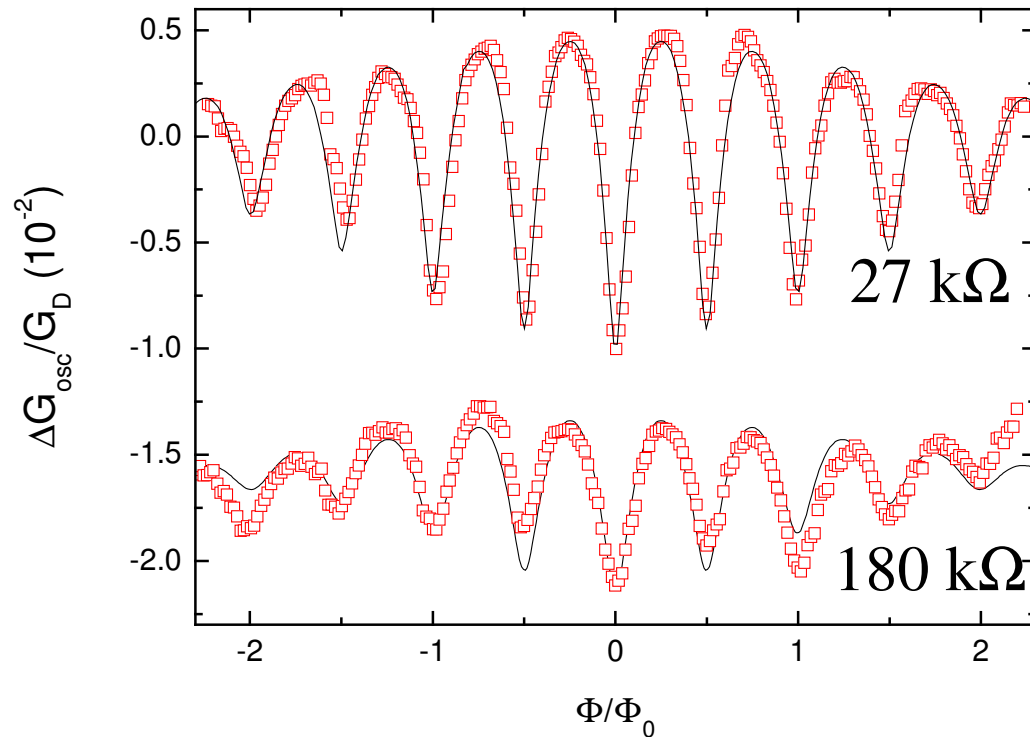
More important in a network
Compared to a necklace



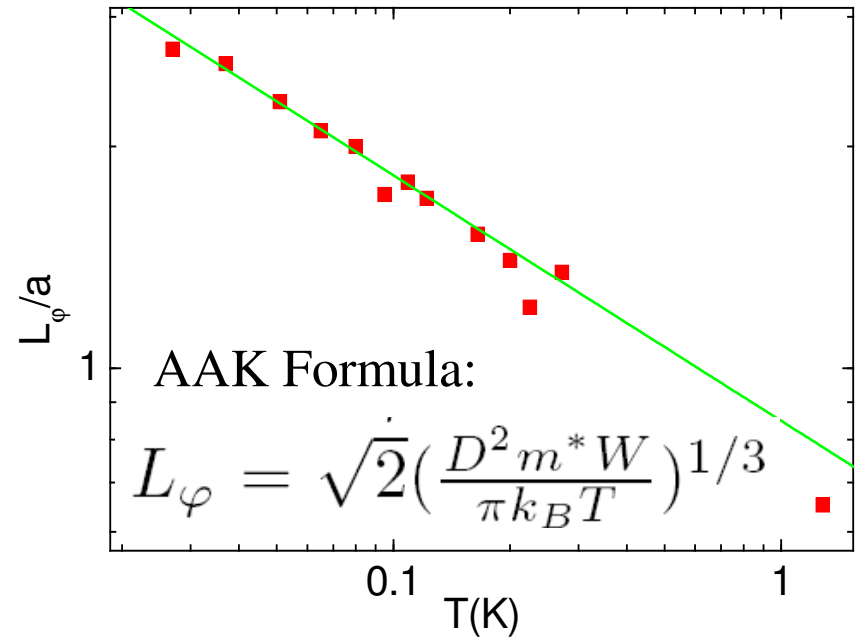
Universal coefficients for a given network geometry
(G.Montambaux, C.Textier)

Harmonics ratio depends only on L_ϕ/a

Very good agreement experience/theory
(diffusive regime, weak interactions)



Amplitude is adjustable

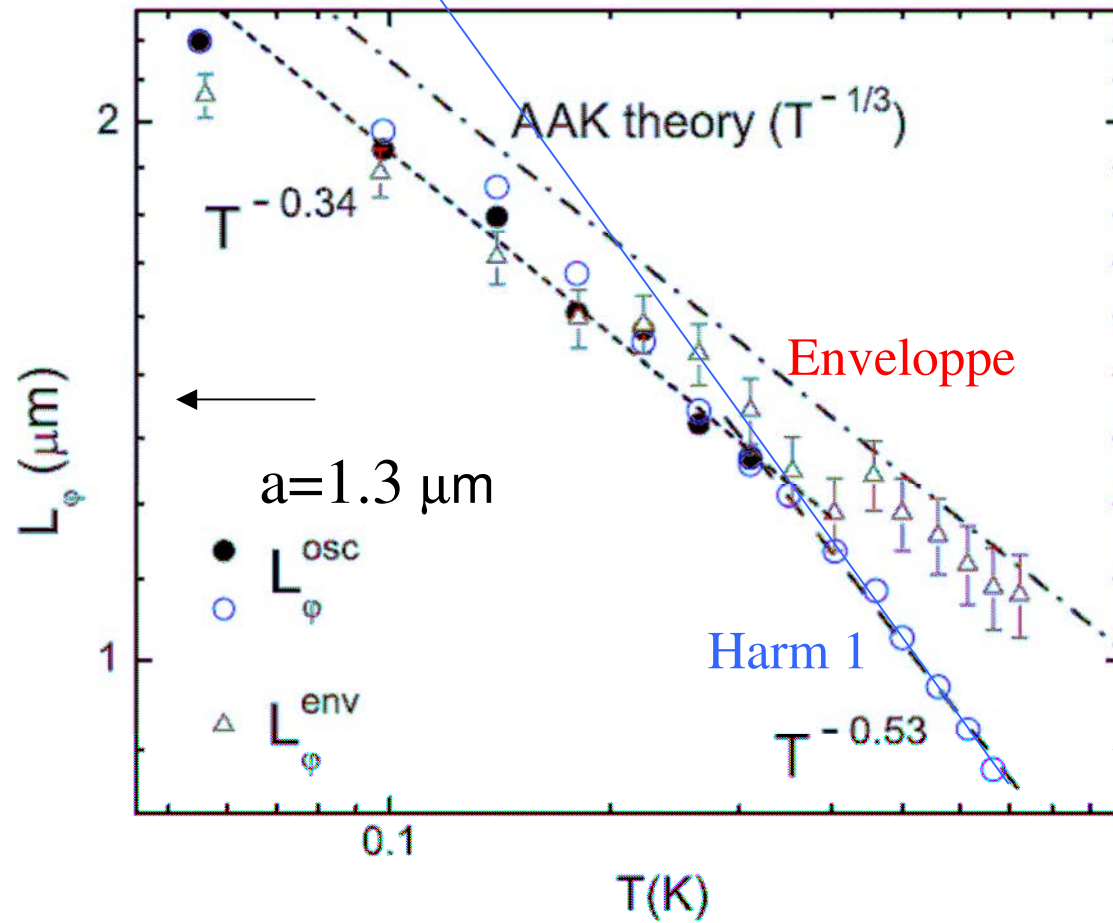


No parameter

Surprising agreement up to the limit $g(L_\varphi) \sim 1$
i.e very close to Anderson Localisation!

Différences entre $L_{\phi}^{\text{osc}}(T)$ et $L_{\phi}^{\text{wire}}(T)$

? Peut on mesurer L_{ϕ} dans un système isolé



Electron-electron interactions with small energy exchange

Noise induced phase fluctuations:

(Altshuler, Aronov, Khmelnitskii)

$$\frac{1}{\tau_\varphi} \sim \frac{\langle \varphi_2(t) \rangle}{t} \propto \int_0^T \frac{T d\omega}{\omega \sqrt{\omega}}$$

ω_c

Assuming exponential
relaxation

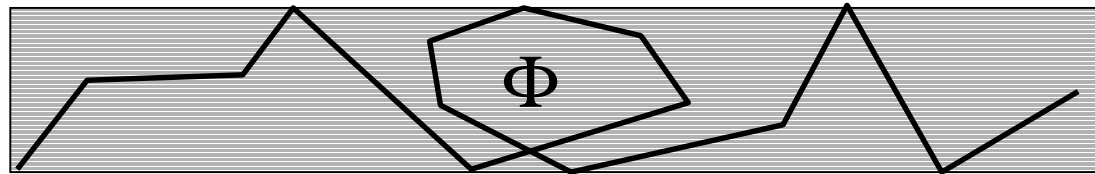
ω_c Low energy cut off depends on the geometry
(Ludwig Mirlin 04 , Texier Montambaux 05)

1D wire geometry $\omega_c = 1/\tau_\varphi \Rightarrow L_\varphi = (D\tau_\varphi)^{1/2} \propto T^{-1/3}$

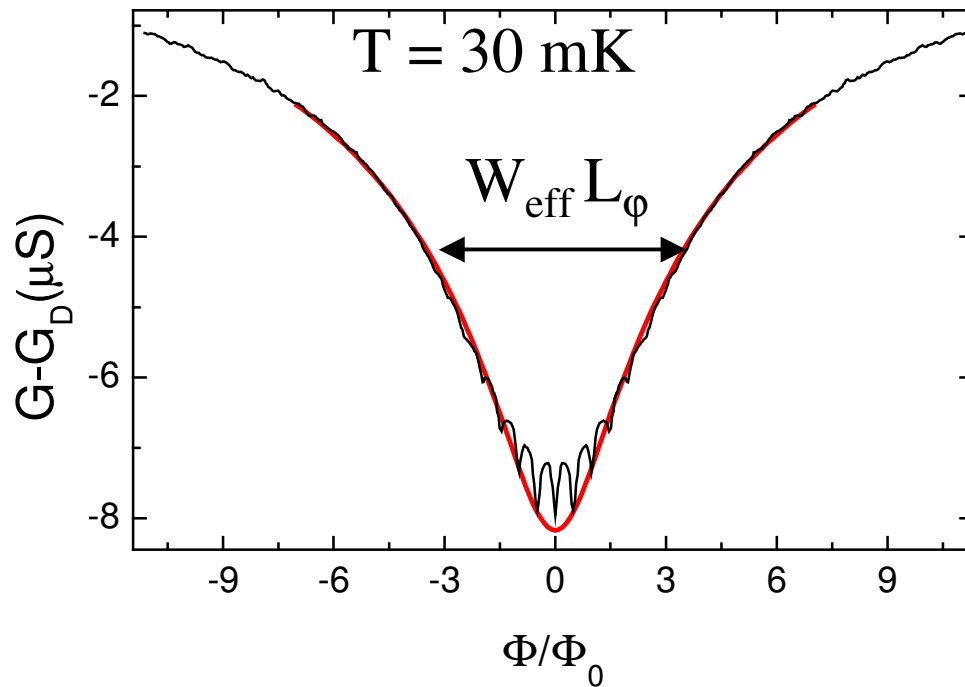
Ring geometry $\omega_c = D/a^2 \Rightarrow L_\varphi \text{ (AAS)} \propto T^{-1/2}$

Network ?

Fitting the envelope



Semi diffusive wires



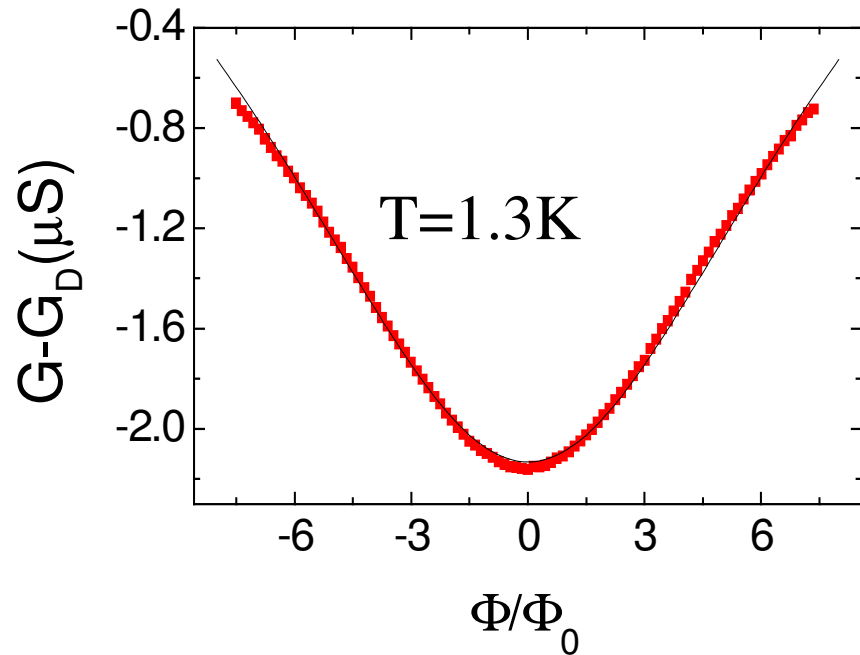
$$W_{\text{eff}} = W \sqrt{(3W)/(C_1 l_e)}$$

$$L_\varphi, n_e \text{ known} \Rightarrow \begin{aligned} W &= 170 \text{ nm} \\ l_e &= 220 \text{ nm} \\ D &= 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s} \end{aligned}$$

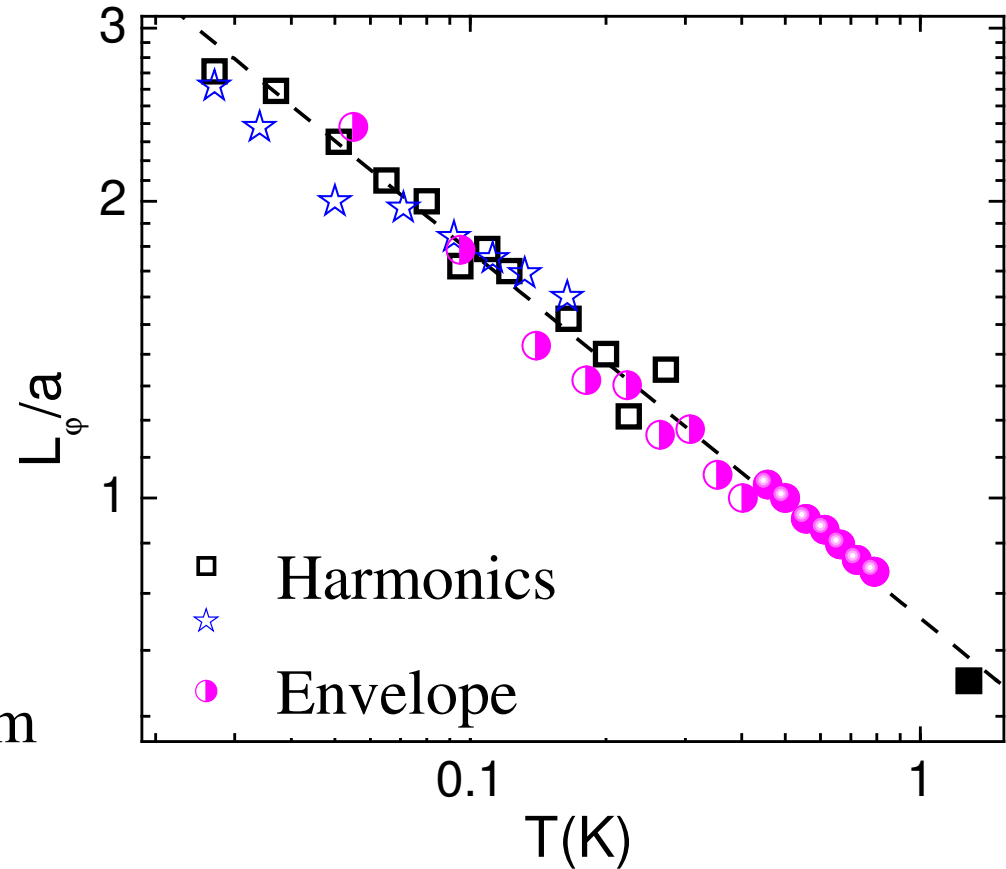
$$N_c = \frac{2W}{\lambda_F} \sim 10 \Rightarrow N_c^{\text{eff}} = N_c \frac{l_e}{L_\varphi} \sim 1$$

Only one effective channel!

Determination of L_ϕ without oscillations



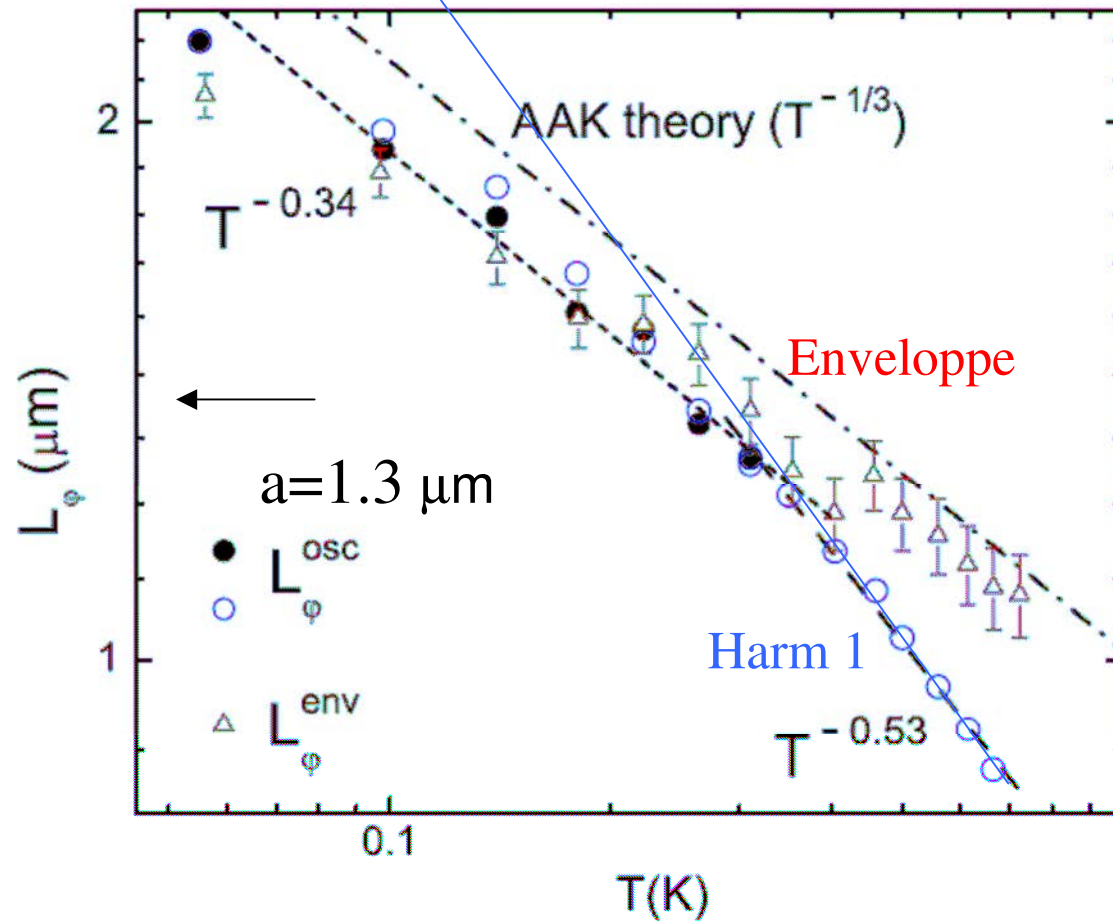
W known $\Rightarrow L_\phi(1.3\text{K}) = 0.72 \mu\text{m}$



$L_\phi \propto T^{-1/3}$ from 1K to 25 mK

Différences entre $L_{\phi}^{\text{osc}}(T)$ et $L_{\phi}^{\text{wire}}(T)$

? Peut on mesurer L_{ϕ} dans un système isolé



Electron-electron interactions with small energy exchange

Noise induced phase fluctuations:

(Altshuler, Aronov, Khmelnitskii)

$$\frac{1}{\tau_\varphi} \sim \frac{\langle \varphi_2(t) \rangle}{t} \propto \int_0^T \frac{T d\omega}{\omega \sqrt{\omega}}$$

ω_c

Assuming exponential
relaxation

ω_c Low energy cut off depends on the geometry
(Ludwig Mirlin 04 , Texier Montambaux 05)

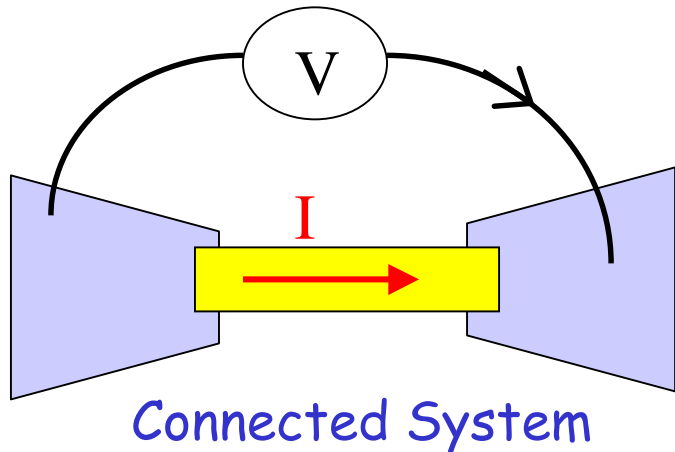
1D wire geometry $\omega_c = 1/\tau_\varphi \Rightarrow L_\varphi = (D\tau_\varphi)^{1/2} \propto T^{-1/3}$

Ring geometry $\omega_c = D/a^2 \Rightarrow L_\varphi \text{ (AAS)} \propto T^{-1/2}$

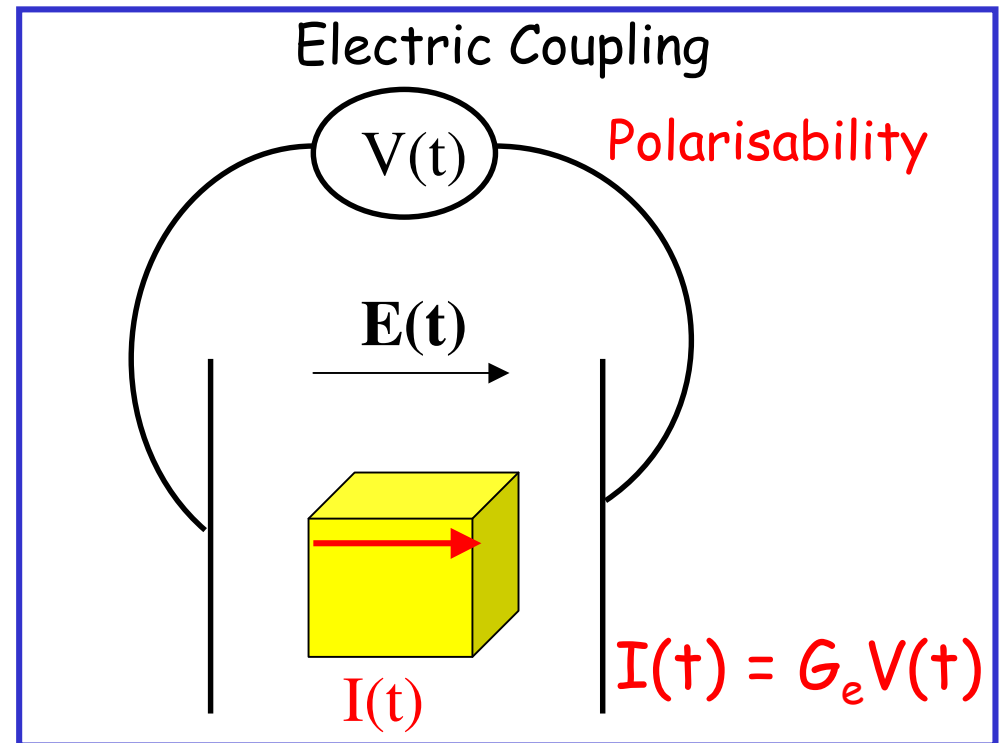
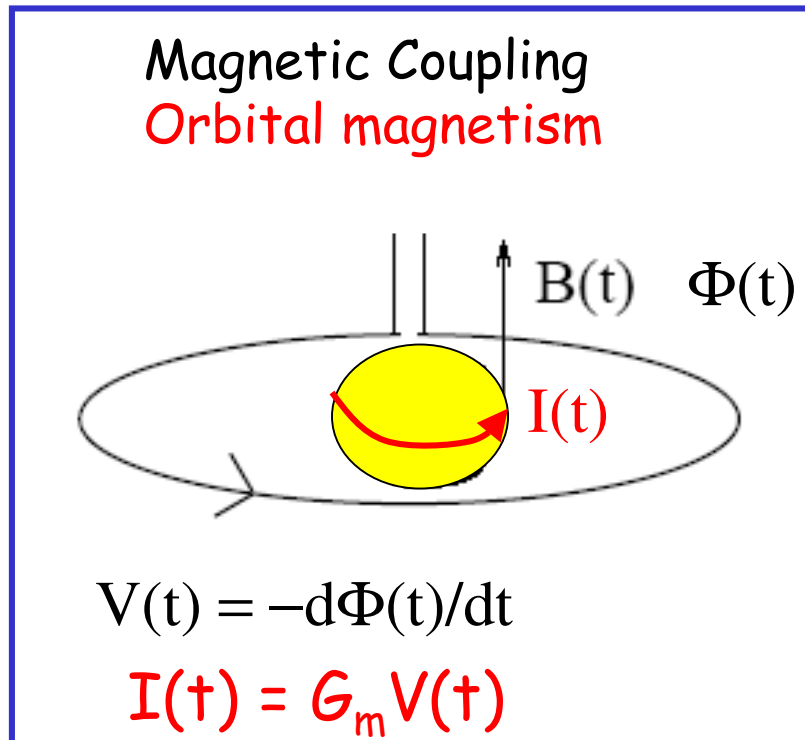
Network ?

Mesurer $L\phi$ dans un système isolé?

Contact less conductance measurements..



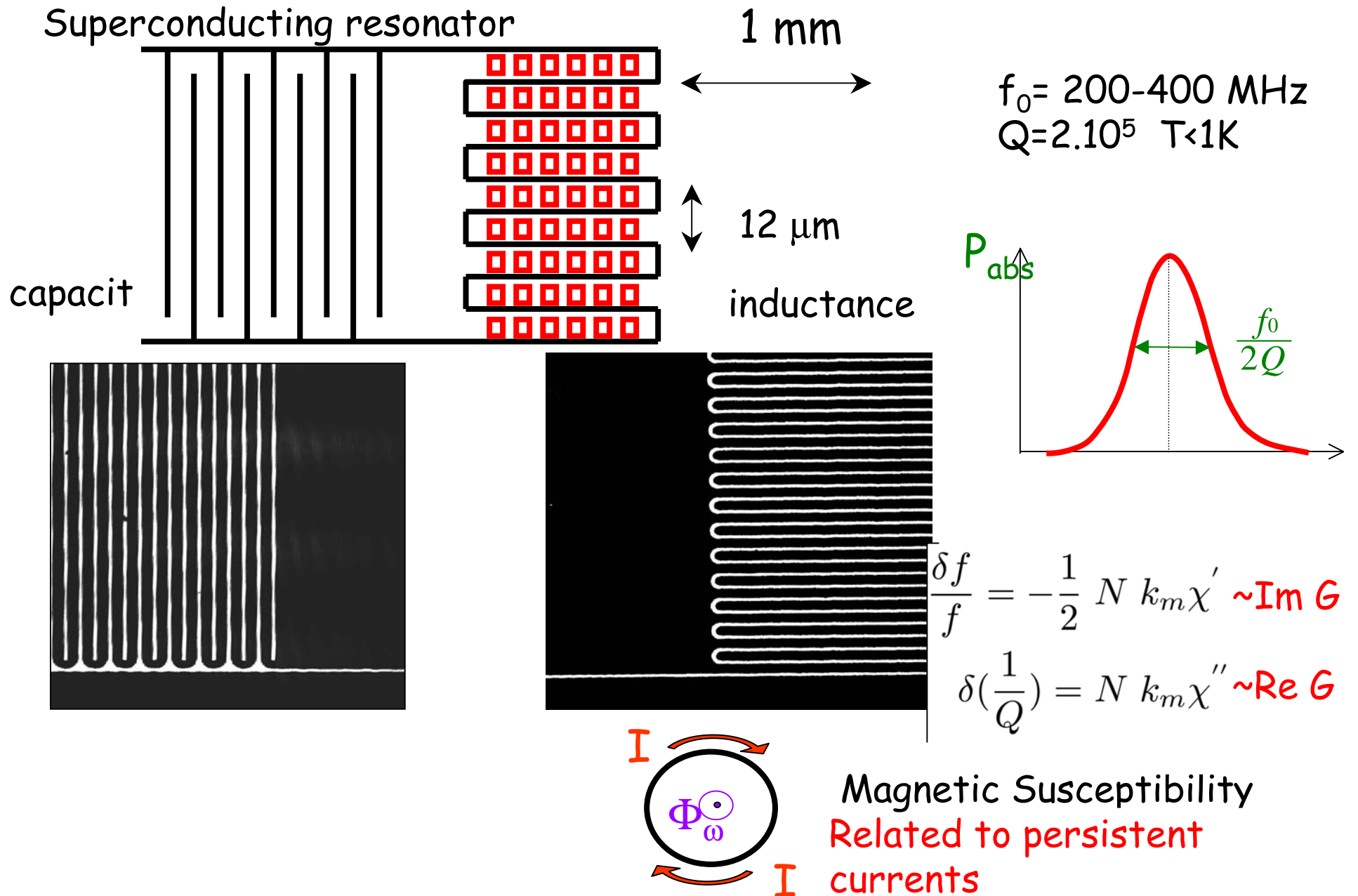
What is measured depends on the coupling with reservoirs...



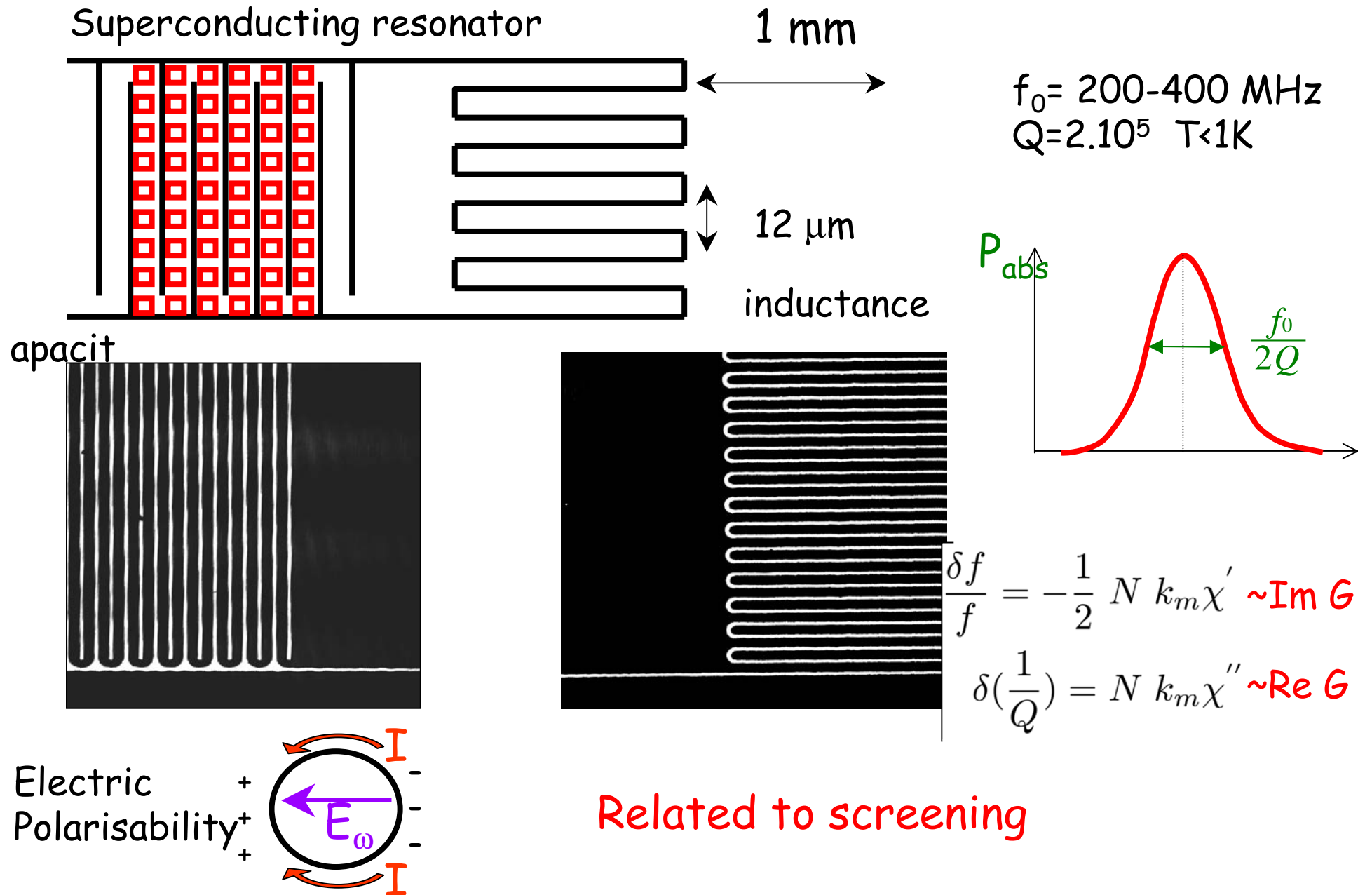
How to measure G_e et G_m ?

Coupling samples to a resonator...

Inductive measurements on isolated rings

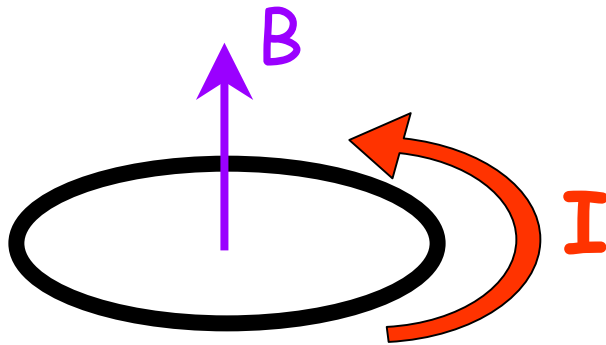


Capacitive measurements on isolated rings



Electromagnetic Response of isolated systems

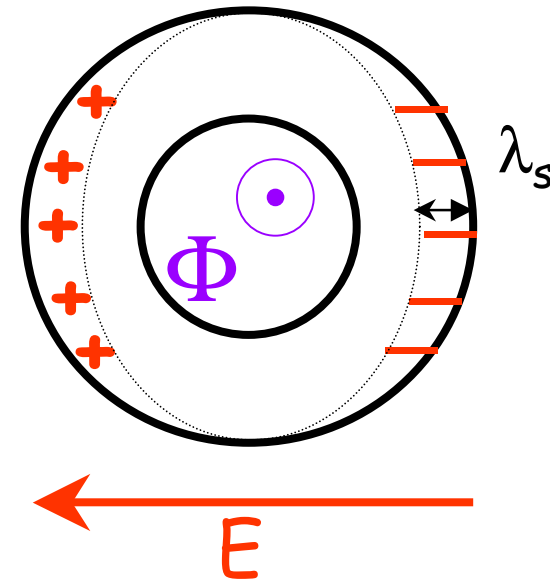
Magnetic Response



$$M = \chi B = I S$$

Orbital magnetic moment

Electric response



Electric dipole : $d = \alpha E$

Polarisability : $\alpha = \epsilon_0 R^3 (1 - \lambda_s / L)$

Only detectable in GaAs

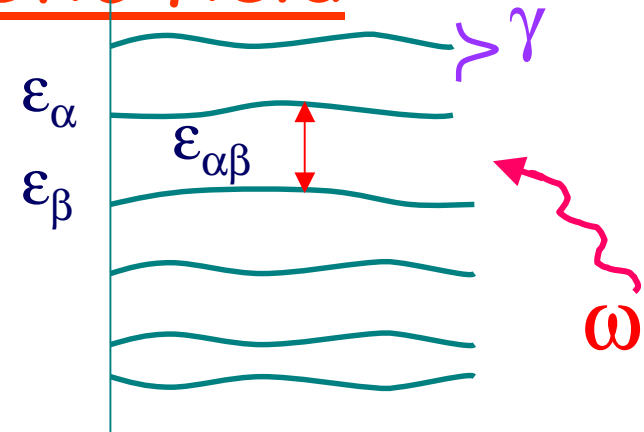
$\lambda_s = 20\text{nm}$

Response to a ac electromagnetic field

$$H(t) = H_0 + \begin{cases} \vec{A} \cdot \vec{p} e^{i\omega t} \\ F(\vec{r}) e^{i\omega t} \end{cases}$$

F : screened potential

J : current operator



$$\delta\chi(\omega) = \mu_0 L^2 \delta \left(\sum_{\alpha \neq \beta} \frac{f_\alpha - f_\beta}{\epsilon_{\alpha\beta}} \frac{\epsilon_{\alpha\beta} - i\gamma}{\epsilon_{\alpha\beta} + \omega - i\gamma} |J_{\alpha\beta}|^2 + \sum_{\alpha} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \epsilon_\alpha} \frac{i\gamma}{i\gamma - \omega} |J_{\alpha\alpha}|^2 \right)$$

$$\delta\alpha(\omega) = -\frac{2e^2}{E^2} \delta \left(\sum_{\alpha \neq \beta} \frac{f_\alpha - f_\beta}{\epsilon_{\alpha\beta}} \frac{\epsilon_{\alpha\beta} - i\gamma}{\epsilon_{\alpha\beta} + \omega - i\gamma} |F_{\alpha\beta}|^2 + \sum_{\alpha} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \epsilon_\alpha} \frac{i\gamma}{i\gamma - \omega} |F_{\alpha\alpha}|^2 \right)$$

Energy denominators $\epsilon_{\alpha\beta}$

matrix Elements $J_{\alpha\beta}$ et $F_{\alpha\beta}$ independent random variables

Correlation Fct dednf only on energy difference $\epsilon_{\alpha\beta}$

Calculated within Non linear σ model *Efetof, Blanter, Mirlin*

Frequency dependent magneto polarisability

$$\delta\alpha(\omega) = -\frac{2e^2}{E^2} \delta \left(\sum_{\alpha \neq \beta} \frac{f_\alpha - f_\beta}{\epsilon_{\alpha\beta}} \frac{\epsilon_{\alpha\beta} - i\gamma}{\epsilon_{\alpha\beta} + \omega - i\gamma} |F_{\alpha\beta}|^2 + \sum_{\alpha} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \epsilon_\alpha} \frac{i\gamma}{i\gamma - \omega} |F_{\alpha\alpha}|^2 \right)$$

F : screened potential, γ level width, g dimension-less Drude conductance

$$\frac{\delta_\Phi \alpha'}{\alpha} \propto \frac{1}{g} \frac{\lambda_s}{W} f(\omega)$$

*Efetov PRL(1996),
Noat et al. EPL(1996), PRB(2002)
Blanter et Mirlin PRB(1998,2001)*

Sensitivity of matrix elements $F_{\alpha\beta}$ to time reversal symmetry

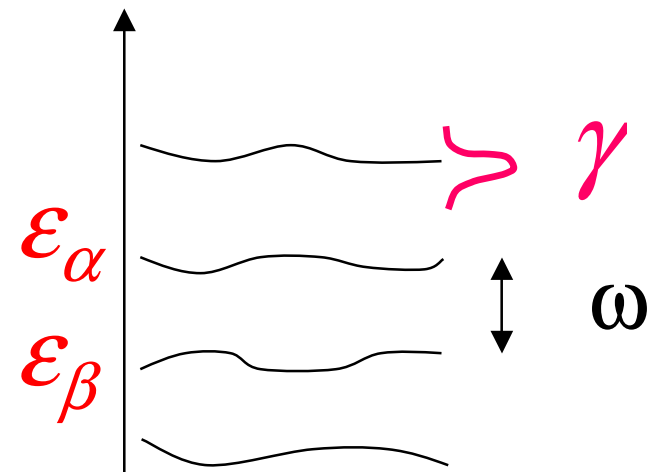
$f(\omega) \longrightarrow 1 \quad \omega \gg \Delta$
depends on level occupation

Isolated Rings:

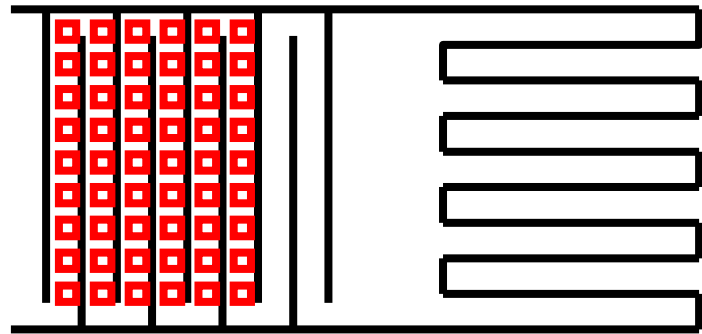
Canonical Ensemble $T \ll \Delta$

$f_\alpha = 0$ or 1

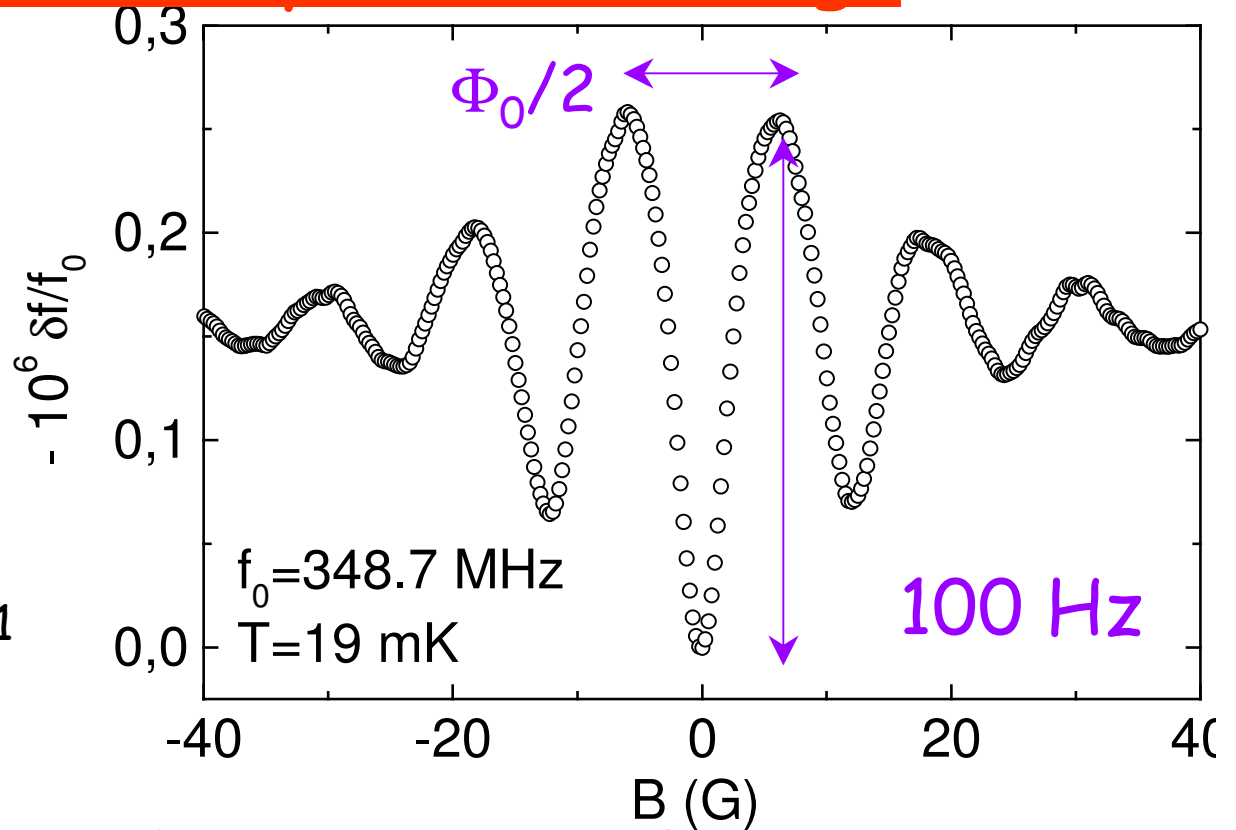
Flux dependence of energy denominators
and matrix elements cancel each other!



Magnetopolarisability of GaAs Rings



Deblock et al. PRL 2001

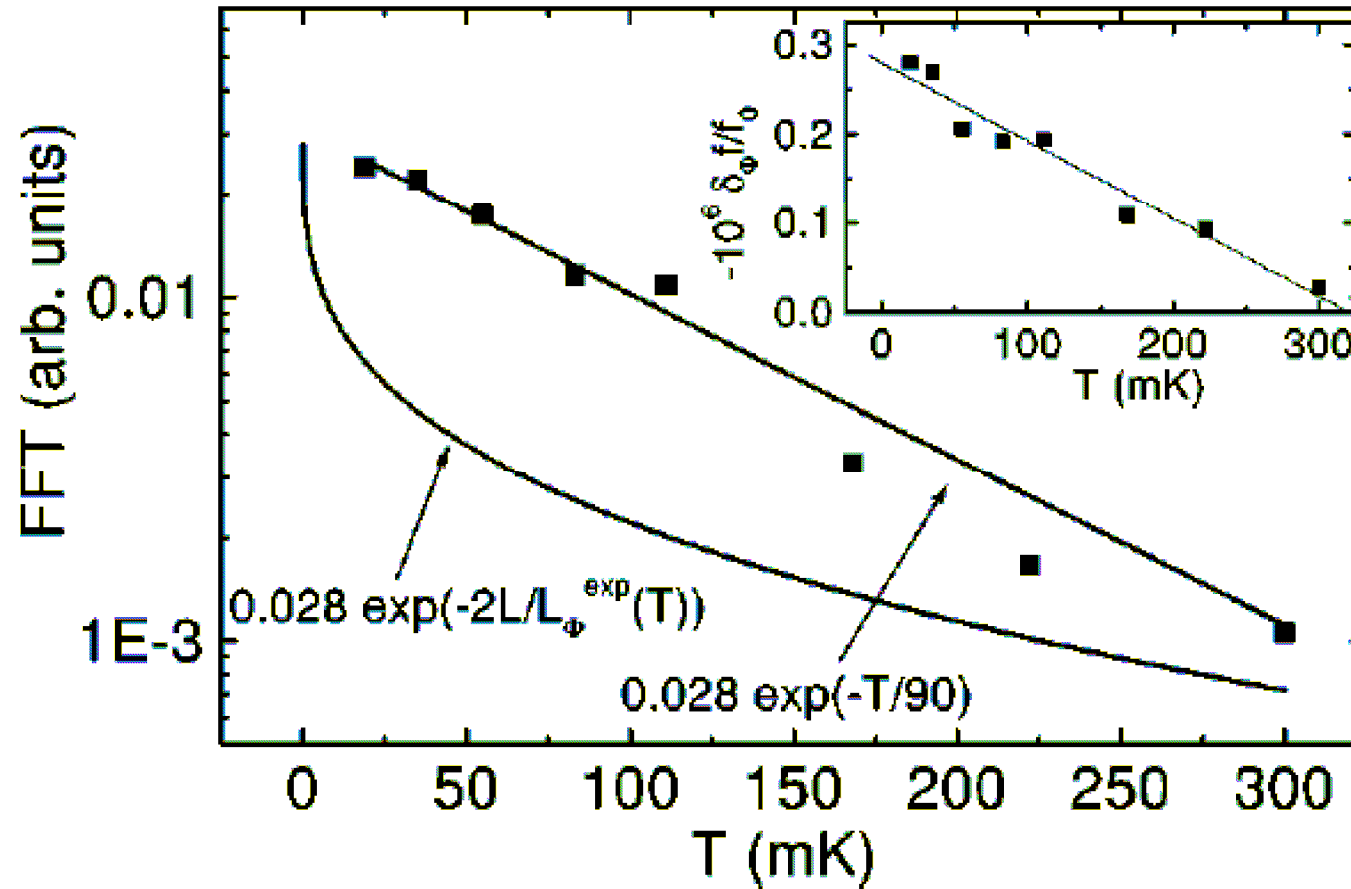


Electric response larger than magnetic one!

- periodic in $\Phi_0/2$
- **positive** at low field : field enhanced screening
- amplitude : $\delta\alpha/\alpha = 7 \cdot 10^{-4}$

Finite frequency $\hbar\omega \sim \Delta$

Dépendance en température de $\delta\text{Im}G(\phi)$

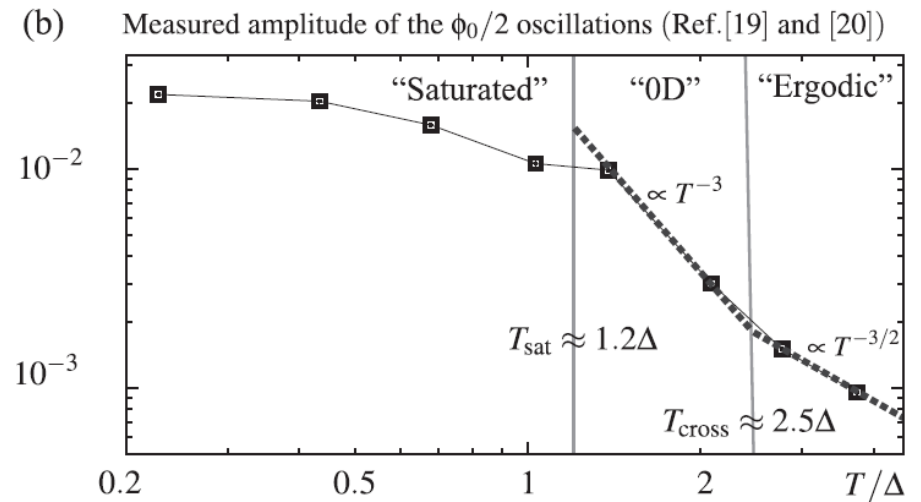
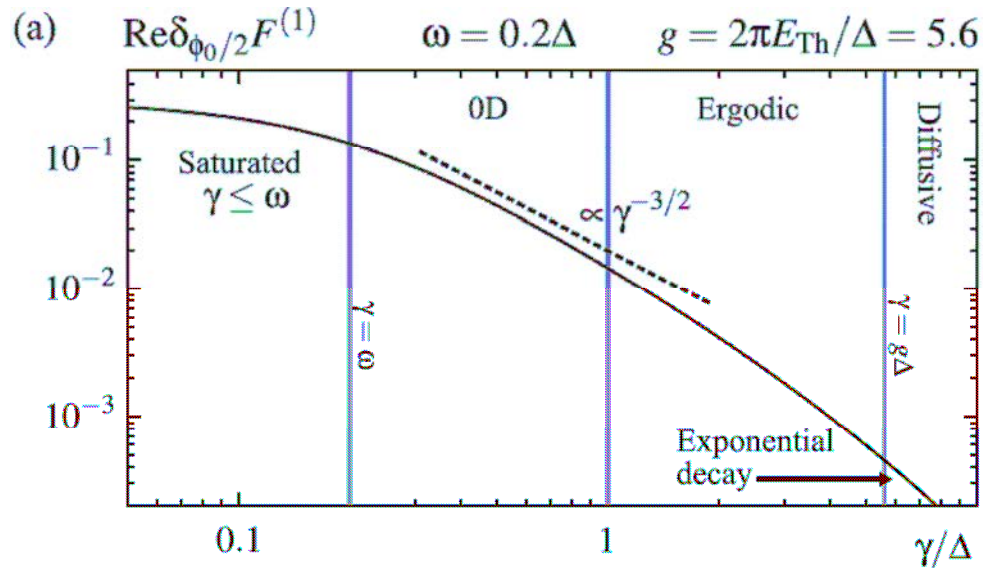


Mesure de L_ϕ dans un système isolé à spectre discret
Compatible avec $L_\phi \sim \alpha/T$

Décohérence et magnétopolarisabilité mésoscopique

Prédictions théoriques: Treiber et al. 2013

$$\delta_{\phi_0/2} F^{(1)}(1/R, \omega) = \frac{i\omega \exp(-\sqrt{(\gamma - i\omega)/E_{\text{Th}}(L)})}{\sqrt{E_{\text{Th}}(L)}(\gamma - i\omega)}$$



$$\gamma_{0\text{D}} = a\Delta T^2/E_{\text{Th}}^2 \quad \gamma_{\text{erg}} = b\Delta T/E_{\text{Th}}$$